دوفصلنامه علمی- پژوهشی مطالعات اقتصاد اسلامی سال ششم، شماره اول، پیاپی ۱۱- پاییز و زمستان ۱۳۹۲، صص ۱۰۷-۱۳۱

مقایسه عملکرد بهینه در بانکداری اسلامی و بانکداری متعارف: استفاده از فرایند تصادفی پرش- انتشار

حسن کیائی *
حمید ابریشمی **
حسن سبحانی ***

تاریخ دریافت: ۹۲/۱۰/۱۴
تاریخ پذیرش: ۹۲/۱۲/۲۶

چکیده

رشد قابل ملاحظه صنعت بانکداری اسلامی درسال‌های اخیر موجب شده است تا مطالعات زیادی در مقایسه عملکرد نسبی بانکداری اسلامی و بانکداری متعارف صورت پذیرد. این مقاله با استفاده از روش بهینه‌سازی پویای تصادفی، به عنوان یک رویکرد جدید، سعی دارد عملکرد بهینه بانکداری اسلامی را با بانکداری متعارف مورد مقایسه قرار دهد. بدین منظور، تغییرات اعطای تسهیلات، هم در بانکداری اسلامی و هم در بانکداری متعارف، به عنوان یک قید تصادفی که از فرایند پرش- انتشار تبعیت می‌کند در نظر گرفته شده است. همچنین، در طراحی تابع هدف برای بانکداری اسلامی و بانکداری متعارف سعی شده است تا تفاوت این دو سیستم لحاظ شود. حل مسأله بهینه‌سازی، یک معادله دیفرانسیل تصادفی برای هرکدام از مدل‌های بانکداری اسلامی و متعارف به دست می‌دهد که شبیه‌سازی آن‌ها امکان مقایسه عملکرد بهینه این دو نظام را فراهم می‌کند. به منظور ایجاد شرایط برابر در شبیه‌سازی، پارامترهای معادلات دیفرانسیل تصادفی برای هر دو مدل یکسان در نظر گرفته شده است. براساس نتایج به دست آمده، عملکرد بهینه بانکداری اسلامی در اعطای تسهیلات و جذب سپرده در سطوح بالاتری نسبت به عملکرد بهینه بانکداری متعارف قرار می‌گیرد. تحلیل حساسیت نتایج نسبت به پارامترهای مدل نشان می‌دهد از میان پارامترهای مختلف بیشترین تأثیر به پارامتر نرخ سود تسهیلات مربوط می‌شود به نحوی که کاهش نرخ ارائه تسهیلات در هر کدام از سیستم‌های بانکداری، موجب برتری عملکرد بهینه آن سیستم در اعطای تسهیلات خواهد شد.

واژگان کلیدی

بانکداری اسلامی، بانکداری متعارف، عملکرد بهینه، بهینه سازی تصادفی، فرآیند پرش- انتشار

* دانشجوی دکترای علوم اقتصادی، دانشکده اقتصاد، دانشگاه تهران (نویسنده مسئول) kiaee@ut.ac.ir
** استاد دانشکده اقتصاد، دانشگاه تهران abrihami@ut.ac.ir
*** استاد دانشکده اقتصاد، دانشگاه تهران sobhanihs@ut.ac.ir

مقدمه

در دو دهه گذشته بانکداری اسلامی رشد قابل ملاحظه‌ای در سراسر جهان داشته است. هم اکنون ٤٧٥ مؤسسه مالی اسلامی در بیش از ۷۵ کشور جهان در حال فعالیت هستند که خود حاکی از میزان توسعه و گسترش صنعت بانکداری اسلامی در جهان است (Malik & Mustafa, 2011, p.41). ارزش دارایی‌های صنعت بانکداری اسلامی در جهان در پایان سال ۲۰۱۲ میلادی میزان ۱۳۰۰ میلیارد دلار بود که پیش‌بینی می‌شود این رقم برای سال ۲۰۱٤ به میزان دو تریلیون دلار برسد (Ernst and Young, 2013, p.4). این رشد قابل ملاحظه در صنعت بانکداری اسلامی، محققان را بیش از پیش علاقمند به مقایسه عملکرد نسبی سیستم بانکداری اسلامی و بانکداری متعارف نموده است.

احمد[1] و حسن[2] در یک مدل مفهومی پس از معرفی مفهوم ربا و دلایل تحریم آن در بانکداری اسلامی به مقایسه ویژگی‌های بانکداری اسلامی و متعارف پرداخته‌اند. براساس این مطالعه، بانکداری اسلامی کاراتر از بانکداری متعارف عمل می‌کند زیرا بانکداری اسلامی منافع عمومی را در نظر می‌گیرد در حالی که بانکداری متعارف تنها به دنبال حداکثرسازی سود خود می‌باشد (Ahmad & Hassan, 2007, p.19). دلیل دیگر برای کاراتر بودن بانکداری اسلامی این است که ارائه تسهیلات در بانکداری اسلامی پس از ارزیابی دقیق پیشنهاد متقاضی انجام می‌شود و کاراترین پروژه‌های پیشنهادی از میان متقاضیان انتخاب می‌شود در حالی که در بانکداری متعارف سوابق اعتباری متقاضی وام تنها معیار ارائه تسهیلات بانکی است.

برخی از محققان اقتصاد اسلامی مقایسه عملکرد بانکداری اسلامی را با استفاده از داده‌های واقعی انجام داده‌اند. اقبال[3] با انتخاب ۱۲ بانک اسلامی و ۱۲ بانک متعارف، برخی نسبت‌های عملکردی نظام بانکی مانند نقدینگی و کفایت سرمایه را طی دوره ۱۹۹۰ تا ۱۹۹۸ برای بانکداری اسلامی و بانکداری متعارف مورد مقایسه قرار داده است (Iqbal, 2001, p.2). محمد[4] و همکاران نیز در نمونه‌ای ۸۰ تایی از بانک‌ها (شامل ٤۳ بانک اسلامی و ۳۷ بانک متعارف)، با استفاده از رویکرد مرز تصادفی[5] به ارزیابی و مقایسه کارایی هزینه و سود بانک‌ها پرداخته‌اند (Mohamad & et al, 2008, p.113).

نکته قابل توجه این است که تاکنون، هیچکدام از محققان با استفاده از مدل‌سازی ریاضی عملکرد بانکداری اسلامی و بانکداری متعارف را مورد مقایسه قرار نداده‌اند. در این مقاله سعی می‌شود، با استفاده از روش کنترل بهینه تصادفی، به عنوان یک رویکرد جدید در این حوزه، عملکرد بانکداری اسلامی در مقابل بانکداری متعارف مورد بررسی قرار گیرد.

در روش کنترل بهینه تصادفی یا بهینه‌سازی پویای تصادفی، یک تابع هدف با توجه به قیودی که معمولاً معادله دیفرانسیل تصادفی هستند، حداکثر یا حداقل می‌شود. این روش در اقتصاد مالی اولین بار توسط بلک[۶] و شولز[۷] در مورد قیمت گذاری قراردادهای اختیار معامله[۸] استفاده شد و پس از آن به سرعت مورد توجه محققان قرار گرفت (Black & Scholes, 1973, p.40). دنگل[۹] و لهار[۱۰] از یک مدل تصادفی زمان پیوسته برای یافتن میزان بهینه سرمایه بانک و سرمایه‌گذاری‌های آن استفاده کرده‌اند (Dangl & Lehar, 2004, p.7). موکودم پیترسون[۱۱] و پیترسون[۱۲]، برای حداقل کردن ریسک بازار و ریسک کفایت سرمایه بانک از روش کنترل بهینه تصادفی استفاده کرده‌اند و یک سبد بهینه برای وام‌های اعطایی بانک پیشنهاد داده‌اند (Mukuddem-Petersen & Petersen, 2006, p.31). همچنین موکودم پیترسون و همکاران از روش بهینه‌سازی پویای تصادفی استفاده کرده‌اند تا مطلوبیت سپرده‌گذاری در بانک را نسبت به تغییرات تصادفی وام‌دهی در بانک حداکثر کنند (Mukuddem-Petersen & et al, 2007, p.4). آن‌ها در مطالعه خود وام‌دهی در بانک را یک متغیر تصادفی در نظر گرفته‌اند که از فرایند پرش- انتشار[۱۳] تبعیت می‌کند. زیرا فرایند تصادفی انتشار یا فرایند وینر[۱۴] به بهترین شکل می‌تواند نوسانات تصادفی وام‌دهی در طول زمان را مدل‌سازی کند و فرایند پواسون[۱۵] نیز می‌تواند حرکت‌های پرش گونه وام‌دهی که از افزایش مطالبات معوق ناشی می‌شود را توضیح دهد.

در بخش دوم این مقاله سعی می‌شود مسئله بهینه‌سازی تصادفی برای سیستم‌های بانکداری متعارف و اسلامی با تعریف توابع هدف و قیدهای تصادفی در هر سیستم صورت پذیرد. در بخش سوم، پس از معرفی یک روش شبیه‌سازی برای معادلات دیفرانسیل پرش- انتشار، از آن برای شبیه‌سازی معادلات دیفرانسیل تصادفی که از هر

نوع سیستم بانکداری محاسبه شده‌اند، استفاده می‌نماییم و نتایج حاصله برای بانکداری متعارف و اسلامی را مورد مقایسه قرار می‌دهیم. از آنجا که نتایج شبیه‌سازی بسیار وابسته به مقادیر در نظر گرفته شده برای پارامترهای مدل می‌باشد، در این بخش همچنین تحلیل حساسیت مسیر بهینه نسبت به پارامترهای در نظرگرفته شده نیز صورت می‌پذیرد. در نهایت، در بخش چهارم، خلاصه‌ای از نتایج ارائه می‌شود.

۱. بهینه سازی در صنعت بانکداری

۱-۱. بانکداری متعارف

در بانکداری متعارف، بانک‌ها به عنوان واسطه‌های مالی، از سرمایه‌های خود در کنار منابع سپرده‌گذاران برای وام‌دهی به مشتریان خود استفاده می‌نمایند. البته، بانک‌ها همواره می‌بایست برخی محدودیت‌ها را در عملکرد خود به دلیل الزامات موسسات ناظر در نظر بگیرند. به طور مثال، آن‌ها می‌بایست مقداری از منابع سپرده‌گذاران را به عنوان ذخیره قانونی در حساب بانک مرکزی نگهداری نمایند و همچنین مقداری از این منابع را می‌بایست به صورت دارایی‌های نقدشونده‌تر همچون اوراق قرضه یا خزانه نگهداری نمایند. برای یک بانک نوعی در زمان t، اگر سرمایه بانک را با C_t، سپرده های بانک را با D_t، وامهای بانک را با L_t، اوراق قرضه و اوراق خزانه خریداری شده را با T_t و تمامی ذخیره‌های قانونی و احتیاطی بانک در حساب بانک مرکزی را با R_t، نشان دهیم، آنگاه می‌توانیم فرمول اصلی مربوط به دارایی‌ها، بدهی‌ها و سرمایه بانک را به صورت زیر بنویسیم:

$$C_t + D_t = L_t + T_t + R_t \qquad (۱)$$

رابطه فوق از ترازنامه بانک حاصل می‌شود که نشان می‌دهد مجموع سرمایه و سپرده‌های بانک، می‌بایست با مجموع انواع دارایی‌های بانک برابر باشد. با توجه به انواع تغییراتی که در وام‌دهی بانک اثرگذار است و با در نظر گرفتن فضای احتمال فیلتر شده $(\Omega, F, F_t \geq 0, P)$، می‌توانیم فرآیند وام‌دهی در بانک را به شکل یک فرآیند تصادفی پرش- انتشار به صورت زیر معرفی نماییم:

$$dL_t = (C_t + D_t - T_t - R_t)dt + \sigma_t L_t dW_t - \nu_t L_t dP_t \qquad (۲)$$

که در آن σ_t انحراف معیار وام‌دهی در بانک، W_t یک حرکت براونی استاندارد، ν_t میانگین میزان معوق شدن نسبت به کل مطالبات در هر بار معوق شدن وام‌ها و P_t یک فرآیند پواسن با پارامتر λ_t است. فرض تبعیت تغییرات وام‌دهی در سیستم بانکی از فرایند تصادفی پرش – انتشار توسط موکودم پیترسون و همکاران نیز استفاده شده است (Mukuddem-Petersen & et al, 2007, p.4) با این تفاوت که در این مطالعه تغییرات وام‌دهی به شکل زیر مطرح شده‌است:

$$dL_t = L_t[(r_t^L - c)dt + \sigma_t dW_t - \nu_t L_t dP_t]$$

به نحوی که r_t^L نرخ بهره وام‌های اعطایی و c هزینه نهایی اعطای وام است. با وجود این که رابطه فوق از نظر ریاضی مشکلی ندارد اما از منطق اقتصادی کاملی تبعیت نمی‌کند. بر اساس این رابطه تغییرات وام‌دهی با نرخ متوسط $r_t^L - c$ باید رشد کند. در حالی که این نرخ درآمد اعطای وام را نشان می‌دهد و دلیلی ندارد که میزان وام دهی با این نرخ رشد کند. بنابراین در این مقاله برای تغییرات تصادفی وام‌دهی در صنعت بانکداری از رابطه ۲ استفاده شده است که در آن مبنای متوسط رشد در طول زمان رابطه ترازنامه بانک (رابطه ۱) می‌باشد.

براساس رابطه ۲ تغییرات وام‌دهی بانک از سه قسمت تشکیل شده است. اول تغییرات سیستماتیک که مربوط به تغییر متغیرهای ترازنامه‌ای بانک در طول زمان است. دوم تغییرات مربوط به نوسانات تصادفی میزان وام‌دهی که با یک فرآیند تصادفی حرکت براونی نشان داده شده است و در نهایت قسمت سوم، تغییرات پرش گونه وام‌دهی ناشی از مطالبات معوق در بانک، که با یک فرآیند تصادفی پواسن در نظر گرفته شده است. پارامتر λ معرف میانگین تعداد وام‌هایی است که در یک دوره معوق می‌شود. در این حالت اگر dP_t در زمان t مقدار یک را بگیرد، بدین معنا است که در آن زمان وامی معوق شده و توان وام‌دهی بانک به میزان ضریب νL_t در آن زمان کاهش می‌یابد.

درآمد این بانک نوعی در زمان t از درآمد بهره وام‌های داده شده به مشتریان، r^L و درآمد بهره حاصل از اوراق قرضه و خزانه بانک، r^T، نتیجه می‌شود. همچنین بانک

می‌بایست بهره r^D را به سپرده گذاران پرداخت نماید. بنابراین، خالص درآمدهای بهره‌ای بانک را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$Net\ Interest\ Income_t = r^L L_t + r^T T_t - r^D D_t$$

در مدل حاضر فرض می‌شود بانک هیچ درآمد کارمزدی نداشته باشد و درآمدهای بانک تنها شامل درآمد بهره‌ای شود. برای محاسبه سود بانک، ساختار هزینه بانک نیز می‌بایست در نظر گرفته شود. فرض کنید ساختار هزینه غیر بهره‌ای بانک در زمان t یک فرم درجه دوم بر حسب سپرده‌ها و وام‌ها به صورت زیر داشته باشد:

$$Cost\ of\ the\ Bank_t = a_0 + a_1 D_t + a_2 D_t^2 + b_1 L_t + b_2 L_t^2,$$

که در آن $(a_0, a_1, a_2, b_1, b_2)$ بردار پارامترهای ساختار هزینه بانک است. در نظر گرفتن این فرم درجه دوم به این دلیل است که معمولاً برای فعالیت در سطوح مشخصی از جذب سپرده و اعطای تسهیلات هزینه‌های سخت افزاری و نرم افزاری یکسانی مورد نیاز است و بنابراین با افزایش میزان سپرده و تسهیلات، هزینه نهایی شکل نزولی دارد. اما از یک سطح مشخص به بعد، جذب سپرده و اعطای وام نیاز به هزینه‌های بیشتر به منظور ارتقای زیرساخت‌ها در بانک مانند افزایش تعداد شعب یا ارتقای نرم افزارهای مورد استفاده را دارد. این امر موجب می‌گردد که تغییرات هزینه غیر بهره‌ای در بانک نسبت به متغیر وام و سپرده شکل سهمی گونه‌ای داشته باشد که بایستی با یک فرم درجه دوم در مدل نشان داده شود.

حال می‌توانیم مسئله بهینه‌سازی تصادفی مورد نظر را برای تابع هدف، $V(t, L_t)$، به صورت زیر ارائه دهیم:

$$\max_{D_t} V(t, L_t) = \int_0^T e^{-\beta t} [r^L L_t + r^T T_t - r^D D_t - (a_0 + a_1 D_t + a_2 D_t^2 + b_1 L_t + b_2 L_t^2)] dt$$

$$s.t.\ \ dL_t = (C_t + D_t - T_t - R_t)dt + \sigma_t L_t dW_t - \nu_t L_t dP_t \qquad (۳)$$

که در آن β نرخ تنزیل استفاده شده برای محاسبه ارزش حال سودهای آینده بانک است. این نکته را باید مورد توجه قرار داد که در مسئله بهینه‌سازی تصادفی بالا، L_t متغیر وضعیت و D_t متغیر کنترل است که در نتیجه تابع هدف را می‌بایست بر حسب D_t به شرط قید تصادفی برای L_t حداکثر نمود. نکته حائز اهمیت دیگر در مورد مسئله

بهینه‌سازی فوق این است که این مسئله دارای تابع انتهایی نمی‌باشد. زیرا محاسبات بانک، در سیستم بانکداری متعارف، برای درآمدها و هزینه‌های بهره‌ای با نرخ‌های قطعی و مشخص در هر زمان انجام می‌شود. بنابراین در زمان انتهایی T درآمد محاسبه نشده‌ای وجود ندارد که به شکل تابع انتهایی در تابع هدف بانک اضافه شود. برای اینکه مدل معرفی شده در معادله ۳ را ساده‌تر نماییم، می‌توانیم با توجه به عملکرد بانک، روابط زیر را برای C_t ، T_t و R_t در نظر بگیریم:

$$C_t = \theta L_t \qquad (٤)$$

$$T_t = \delta D_t \qquad (٥)$$

$$R_t = \gamma D_t \qquad (٦)$$

رابطه ٤ نشان می‌دهد که بانک می‌بایست سطح سرمایه خود را در زمان t، برابر با درصد ثابتی از وام‌های خود در همان زمان نگه دارد. اگر به جای وام، از دارایی‌های موزون شده بر اساس ریسک استفاده نماییم، نسبت θ همان نسبت کفایت سرمایه است که توسط موسسات ناظر تعیین می‌شود. در این مدل ساده، بانک تنها دو نوع دارایی دارد: (۱) اوراق قرضه یا اوراق خزانه که وزن ریسک آن‌ها صفر است و (۲) وام‌های بانک که فرض شده همه کاملاً ریسکی هستند و وزن ریسک آن‌ها ۱۰۰ درصد است. به این ترتیب در مدل حاضر نیز θ می‌تواند جایگاه نسبت کفایت سرمایه را داشته باشد. رابطه ٥ مدیریت نقدینگی را برای بانک در زمان t نشان می‌دهد، که در آن بانک ملزم است نسبت ثابتی از سپرده‌های خود را به عنوان اوراق قرضه یا خزانه نگهداری نماید. در آخر، بر اساس رابطه ٦ بانک γ درصد از سپرده‌های خود در زمان t را در بانک مرکزی به شکل ذخیره‌های قانونی و احتیاطی نگه‌داری می‌کند.

با در نظر گرفتن این محدودیت‌ها، می‌توانیم مسئله بهینه‌سازی تصادفی را به صورت زیر بازنویسی نماییم:

$$\max_{D_t} V(t, L_t) = \int_0^T e^{-\beta t}[r^L L_t + (r^T \delta - r^D) D_t - (a_0 + a_1 D_t + a_2 D_t^2 + b_1 L_t + b_2 L_t^2)]dt$$
$$s.t. \;\; dL_t = (\theta L_t + (1-\delta-\gamma) D_t)dt + \sigma_t L_t dW_t - \nu_t L_t dP_t \qquad (٧)$$

هنسن[۱۶] برای حل مسائل کنترل بهینه تصادفی استفاده از معادله همیلتن- ژاکوبی- بلمن را پیشنهاد می‌کند (Hanson, 2007, p.178). معادله همیلتن- ژاکوبی- بلمن برای مدل حاضر عبارت است از:

$$-V_t^{'} = \max_{D_t} \{e^{-\beta t}[r^L L_t + (r^T \delta - r^D)D_t - (a_0 + a_1 D_t + a_2 D_t^2 + b_1 L_t + b_2 L_t^2)]$$

$$+V_L^{'}(\theta L_t + (1-\delta-\gamma)D_t) + \frac{1}{2}V_L^{''}\sigma^2 L_t^2 + \lambda[V(L_t - vL_t, t) - V(L_t, t)]\} \qquad (۸)$$

که در آن $V_t^{'}$ مشتق اول تابع هدف بر حسب t و $V_L^{'}$ و $V_L^{''}$ به ترتیب مشتق اول و دوم تابع هدف برحسب L_t هستند. به منظور سادگی، فرض می‌کنیم که پراکندگی فرایند وام دهی، σ، و نسبت اندازه معوقات، v، به زمان وابسته نیستند. با مشتق گیری مرتبه اول از دو طرف معادله ۸ بر حسب D_t به مقدار بهینه D_t به صورت زیر خواهیم رسید:

$$D_t = \frac{V_L^{'} N e^{\beta t} + (M - a_1)}{2a_2} \qquad (۹)$$

که در آن $M = (r^T \delta - r^D)$ و $N = (1-\delta-\gamma)$ می‌باشد. با جاگذاری مقدار بهینه D_t در رابطه ۸ و یافتن فرم تابع هدف، $V(t, L_t)$، می‌توانیم به مقدار بهینه D_t به عنوان تابعی از L_t به صورت زیر دست یابیم (برای جزئیات بیشتر به پیوست ۱ مراجعه نمایید):

$$D_t = \frac{NA_1 + (M - a_1)}{2a_2} + \frac{NA_2}{a_2} L_t \qquad (۱۰)$$

که در آن A_1 و A_2 دو پارامتر با مقادیر زیر هستند:

$$A_1 = \frac{a_2(r^L - b_1) + A_2 N(M - a_1)}{a_2(\beta - \theta + \lambda v) - A_2 N^2}$$

با $$A_2 = \frac{a_2[(\sqrt{(2\theta - \beta + \sigma^2 + \lambda v(v-2))^2 + \frac{4b_2 N^2}{a_2}}) - (2\theta - \beta + \sigma^2 + \lambda v(v-2))]}{2N^2}$$

جاگذاری مقدار بهینه فوق برای D_t در معادله قید تصادفی رابطه ۷، به معادله دیفرانسیل تصادفی زیر برحسب L_t می‌رسیم:

$$dL_t = (\frac{N^2 A_1 + N(M - a_1)}{2a_2} + \frac{\theta a_2 + N^2 A_2}{a_2} L_t)dt + \sigma L_t dW_t - v_t L_t dP_t \qquad (۱۱)$$

حل معادله دیفرانسیل تصادفی بالا منجر به یافتن مسیر بهینه عملکرد وام‌دهی در سیستم بانکداری متعارف می‌گردد. از آنجا که جواب ریاضی این معادله دیفرانسیل

تصادفی به سختی قابل دستیابی است، ما از روش شبیه‌سازی برای حل این معادله در بخش ۳ استفاده خواهیم نمود.

۱-۲. بانکداری اسلامی

به منظور معرفی مسئله بهینه‌سازی در سیستم بانکداری اسلامی، می‌بایست خصوصیات اصلی این سیستم بانکداری را در نظر بگیریم. با در نظر گرفتن مفروضات یکسانی همچون بخش گذشته در مورد فضای احتمال و همچنین نمادهای مشابه، می‌توانیم معادله ۱ برای تغییرات تصادفی اعطای تسهیلات در سیستم بانکداری اسلامی را به صورت زیر بازنویسی نماییم:

$$dL_t = (D_t - T_t - R_t)dt + \sigma_t L_t dW_t - \nu_t L_t dP_t \qquad (۱۲)$$

آنچه در معادله ۱۲ برای تغییرات تصادفی فرایند تسهیلات در بانکداری اسلامی در نظر گرفته‌ایم تفاوت‌هایی اساسی با آنچه در معادله ۱ برای بانکداری متعارف بیان شد دارد. اولا، عبارت سرمایه بانک در معادله ۱۲ وجود ندارد، زیرا در سیستم بانکداری اسلامی، بانک تنها وکیل سپرده‌گذاران است و بنابراین منابع آن نیز می‌بایست تنها بر اساس پول سپرده‌گذاران باشد. اگر به هر دلیل بانک بخواهد با استفاده از منابع خود به ارائه تسهیلات در قالب عقود مشارکتی یا مبادله‌ای بپردازد، او نیز شرایطی مشابه با سایر سپرده‌گذاران را دارد و باید نسبت به منابع آورده، از سود و زیان حاصل از فعالیت‌ها بهره‌مند شود.

تفاوت دیگر این که، با توجه به عدم وجود اوراق قرضه یا خزانه در مدل بانکداری اسلامی، T_t در معادله ۱۲ مقدار پولی است که بانک برای خرید اوراق با درآمد ثابت اسلامی همچون صکوک تخصیص می‌دهد و با نرخ r^T سود کسب می‌کند. باز به دلیل ساده سازی، فرض می‌کنیم که هر دوی T_t و R_t به عنوان نسبت ثابتی از D_t به ترتیب به شکل $T_t = \delta D_t$ و $R_t = \gamma D_t$ تعیین شوند.

از دیگر تفاوت‌های اصلی مدل بهینه‌سازی تصادفی در سیستم بانکداری اسلامی با بانکداری متعارف این است که تابع هدف در مدل بانکداری اسلامی مربوط به سپرده‌گذاران است و بانک به عنوان وکیل، سعی در حداکثرسازی آن دارد زیرا بانک در

این مدل مالک سپرده‌ها نمی‌شود. در تبیین این تابع هدف، همانند نظام بانکداری متعارف در بخش قبل، باید درآمدها و هزینه‌ها را مشخص کنیم. در این قسمت فرض می‌شود بانک دو نوع تسهیلات اعطا می‌کند که سپرده‌گذاران می‌توانند محل مصرف منابع خود را در هر کدام از این تسهیلات بر اساس درجه ریسک‌پذیری مشخص کنند. نوع اول، تسهیلات براساس عقود مبادله‌ای که دارای ریسک کمی است و نوع دوم تسهیلات براساس عقود مشارکتی است که دارای ریسک بیشتری می‌باشد. همچنین سپرده‌گذاران در یک انتخاب میانی می‌توانند مشخص کنند چه بخش از وجوه آن‌ها در هر یک از انواع تسهیلات استفاده گردد و به همان نسبت از منافع ایجاد شده در هر قسمت بهره‌مند شوند. فرض می‌کنیم در نهایت و پس از بررسی تمایلات سپرده‌گذاران، بانک اسلامی α درصد از تسهیلات خود را به قراردادهای با سود ثابت مانند مرابحه اختصاص دهد. همچنین، فرض می‌کنیم نرخ سود این نوع تسهیلات پس از کسر حق‌الوکاله بانک r^F باشد. برای قراردادهای مشارکتی که $(1-\alpha)$ درصد از وام‌ها را تشکیل می‌دهد، فرض می‌کنیم بانک اسلامی مجموعه‌ای از پروژه‌های مشارکتی را در صنایع گوناگون دارد، به نحوی که برای آن‌ها یک حداقل نرخ سود مورد انتظار را محاسبه و پس از کسر حق‌الوکاله به مشتریان پرداخت می‌کند (نرخ r^M). در پایان دوره، زمانی که قرارداد مشارکت تمام می‌شود، نرخ واقعی سود مشارکت، r^R، محاسبه می‌شود و با سپرده‌گذاران تسویه حساب صورت می‌گیرد. نکته حائز اهمیت این است که نرخ سود واقعی، r^R، می‌تواند بیشتر یا کمتر از نرخ مورد انتظار r^M، باشد و یا حتی در مواردی که پروژه زیان‌ده است این نرخ می‌تواند منفی شود.

پس از این توضیحات در مورد منابع درآمدی سیستم بانکداری اسلامی، و با درنظرگرفتن فرض‌هایی مشابه بخش پیش برای ساختار هزینه‌ای بانک، می‌توانیم مسئله بهینه‌سازی تصادفی برای بانکداری اسلامی را به صورت زیر بیان نماییم:

$$\max_{D_t} \ V(t,L_t)=\int_0^T e^{-\beta t}(\alpha r^F L_t+(1-\alpha)r^M L_t+\delta r^T D_t-(a_0+a_1D_t+a_2D_t^2+b_1L_t+b_2L_t^2))dt \quad (۱۳)$$

$$+(1-\alpha)e^{-\beta T}[(1+(r^R-r^M))^T-1]L_T \, s.t. \quad dL_t=((1-\delta-\gamma)D_t)dt+\sigma_t L_t dW_t-\nu_t L_t dP_t.$$

بر خلاف بانکداری متعارف، در بانکداری اسلامی دریافت سود از تسهیلات گیرنده و پرداخت آن به صاحب سپرده با نرخ‌های قطعی در هر دوره انجام نمی‌شود و بنابراین بخشی از تابع هدف در انتهای دوره زمانی مسئله یعنی در زمان Tمحقق می‌شود. به همین دلیل در تابع هدف فوق درآمد قطعی ناشی از بخشی از تسهیلات که در قالب تسهیلات مشارکتی اعطا شده است، $(1-\alpha)L_t$، براساس تفاضل نرخ سود قطعی و علی‌الحساب پرداختی برای کل دوره زمانی، $[(1+(r^R-r^M))^T-1]$، به عنوان تابع پایانی لحاظ شده است. به این ترتیب، با استفاده از این خاصیت که تابع هدف در زمان پایانی، $V(T,L_T)$ با تابع انتهایی برابر می‌باشد (Hanson, 2007, p.174)، و با توجه به این که در زمان پایانی تنها تسهیلات مشارکتی تسویه نشده‌اند، داریم:

$$V(T,(1-\alpha)L_T)=(1-\alpha)e^{-\beta T}[(1+(r^R-r^M))^T-1]L_T \qquad (١٤)$$

در ادامه و زمانی که شکل تابع هدف مشخص می‌شود، رابطه ١٤ کمک می‌کند تا رابطه میان نسبت اختصاص داده شده به تسهیلات مشارکتی و میزان سودآوری نهایی این پروژه‌ها در حالت بهینه، را بررسی کنیم. حل مدل بانکداری اسلامی به روشی مشابه با بانکداری متعارف مقدار بهینه D_t را به صورت زیر به دست می‌دهد:

$$D_t=\frac{V_L^{'}Ne^{\beta t}+(M-a_1)}{2a_2} \qquad (١٥)$$

که در آن $M=(r^T\delta)$ و $N=(1-\delta-\gamma)$ می‌باشد. با مقایسه معادله ۹ و ۱۵ متوجه می‌شویم که مقدار بهینه در سیستم بانکداری اسلامی شبیه به سیستم بانکداری متعارف به نظر می‌رسد به استثنای مقدار M که در این دو نوع سیستم متفاوت است. این موضوع مقایسه نتایج مربوط به این دو نوع سیستم را آسان‌تر خواهد نمود. برای یافتن فرم تابع هدف $V(t,L_t)$، محاسباتی همچون بخش قبل نیاز است که منجر به رابطه زیر میان D_t و L_t می‌گردد:

$$D_t=\frac{NA_1+(M-a_1)}{2a_2}+\frac{NA_2}{a_2}L_t \qquad (١٦)$$

که در آن A_1 و A_2 در بانکداری اسلامی از مقادیر متناظرشان در بانکداری متعارف متفاوت هستند. در واقع، این پارامترها به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$A_1 = \frac{a_2(\alpha r^F + (1-\alpha)r^M - b_1) + A_2 N(M-a_1)}{a_2(\beta + \lambda\nu) - A_2 N^2}$$

$$A_2 = \frac{a_2[(\sqrt{(\sigma^2 - \beta + \lambda\nu(\nu-2))^2 + \frac{4b_2N^2}{a_2}}) - (\sigma^2 - \beta + \lambda\nu(\nu-2))]}{2N^2}$$

با جاگذاری معادله ۱٦ در قید تصادفی معادله ۱۳، به معادله دیفرانسیل تصادفی زیر برای فرآیند اعطای تسهیلات در بانکداری اسلامی می‌رسیم:

$$dL_t = (\frac{N^2 A_1 + N(M-a_1)}{2a_2} + \frac{N^2 A_2}{a_2} L_t)dt + \sigma L_t dW_t - \nu L_t dP_t \qquad (۱۷)$$

۲. شبیه‌سازی متغیرهای بهینه در بانکداری اسلامی و متعارف

۲-۱. شبیه‌سازی معادلات دیفرانسیل پرش - انتشار

از آنجا که یافتن جواب دقیق برای معادلات دیفرانسیل تصادفی مربوط به عملکرد اعطای تسهیلات در صنعت بانکداری اسلامی و متعارف به سختی امکان‌پذیر است، از روش شبیه‌سازی اویلر- مرویاما[۱۷] برای حل این معادلات و دستیابی به مسیر بهینه تسهیلات و سپرده‌گذاری در این دو سیستم بانکداری استفاده می‌کنیم. در این روش، که در پیوست ۲ به تفصیل توضیح داده شده‌است، فرایندهای وینر و پواسون به صورت مجزا در بازه‌های زمانی کوچک ساخته می‌شوند و با استفاده از آن‌ها مسیر معادله دیفرانسیل پرش- انتشار به دست می‌آید. در این تحقیق، برای استفاده از این روش، مقدار اولیه L_t را برابر یک و بازه‌ای شش دوره‌ای را در نظر می‌گیریم (یعنی $t=1,\ldots,6$). برای تقریب دقیق‌تر، بازه زمانی شبیه‌سازی را به $N=10000$ زیر بازه تقسیم می‌نماییم $\Delta t = 0.0001$. کلیه شبیه سازی‌ها و رسم نمودارها در این تحقیق با استفاده از نرم افزار متلب[۱۸] انجام شده است. برای شبیه سازی معادلات دیفرانسیل به دست آمده باید مقادیری به پارامترهای مدل اختصاص دهیم. در مدل موجود چهار نوع پارامتر داریم که تعریف و مقادیر فرضی آن‌ها در جداول ۱ الی ٤ نمایش داده شده است.

جدول۱. پارامترهای مربوط به فرایندهای تصادفی و نرخ تنزیل

پارامتر	توضیح	نوع بانکداری	مقدار مفروض
σ	تغییرات وام‌دهی	هر دو نوع	۰/۲
λ	متوسط تعداد وام‌های معوق در دوره	هر دو نوع	۱۰
ν	نسبت اندازه معوق به کل مطالبات در هر مورد وام معوق	هر دو نوع	۰/۰۱
β	نرخ تنزیل	هر دو نوع	۰/۰٤

جدول۲. نرخ‌های وام‌دهی و سپرده‌گذاری

پارامتر	توضیح	نوع بانکداری	مقدار مفروض
r^L	نرخ وامدهی	متعارف	۰/۰۷
r^D	نرخ سپرده‌ها	متعارف	۰/۰٦
r^M	نرخ مورد انتظار قراردادهای مشارکت (منهای حق الوکاله)	اسلامی	۰/۰۷
r^F	نرخ قراردادهای با سود ثابت (منهای حق الوکاله)	اسلامی	۰/۰٦
r^T	نرخ اوراق قرضه	هر دو نوع	۰/۰٤

جدول۳. پارامترهای ساختار هزینه‌ای

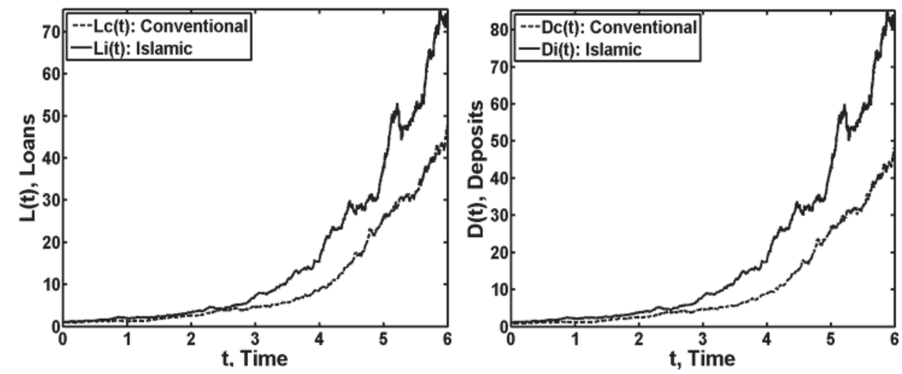
پارامتر	توضیح	نوع بانکداری	مقدار مفروض
a_0	هزینه‌ی ثابت	هر دو نوع	۰/۰۰
a_1	ضریب D_t	هر دو نوع	۰/۰۵
a_2	ضریب D_t^2	هر دو نوع	۰/۰۵
b_1	ضریب L_t	هر دو نوع	۰/۰۵
b_2	ضریب L_t^2	هر دو نوع	۰/۰۵

جدول٤. پارامترهای سیاست‌گذاری

پارامتر	توضیح	نوع بانکداری	مقدار مفروض
θ	نسبت سرمایه به L_t	متعارف	۰/۰۸
α	سهم قراردادهای با سود ثابت	اسلامی	۰/۷۰
δ	نسبت اوراق قرضه به D_t	هر دو نوع	۰/۱۰
γ	نسبت ذخایر به D_t	هر دو نوع	۰/۱۰

با وجود این که نتایج شبیه‌سازی معادلات دیفرانسیل در بانکداری اسلامی و متعارف بسیار وابسته به پارامترهای جداول ۱ الی ٤ می‌باشد، اما استفاده از مقادیر فرضی مورد اشاره در این جداول مشکلی را در نتایج این مقاله به وجود نمی‌آورد. زیرا اولاً این مقاله به دنبال بررسی عملکرد مقایسه‌ای مقادیر بهینه در بانکداری اسلامی و بانکداری متعارف است و یکسان بودن پارامترهای جداول برای هر دو سیستم (با وجود فرضی بودن آن‌ها)، امکان مقایسه نتایج دو سیستم بانکداری را فراهم می‌کند. ثانیاً در ادامه، تحلیل حساسیت عملکرد بهینه هر دو سیستم بانکداری نسبت به پارامترهای جداول ۱ الی ٤ صورت می‌پذیرد که نشان می‌دهد کدام پارامترها و به چه اندازه می‌توانند عملکرد مقایسه‌ای بانکداری اسلامی و بانکداری متعارف را تحت تأثیر قرار دهند.

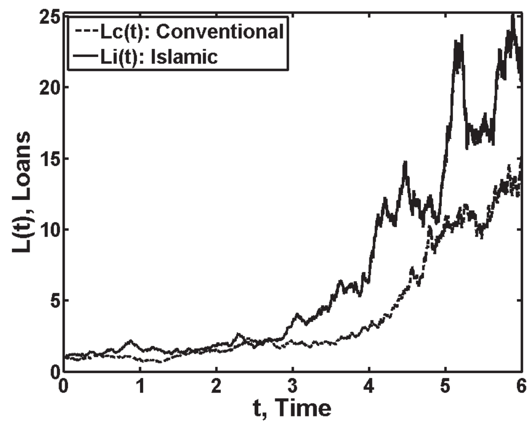
بکارگیری روش شبیه‌سازی توضیح داده شده، برای حل معادلات ۱۱ و ۱۷ منجر به مسیرهای بهینه L_t به ترتیب در بانکداری متعارف و اسلامی می‌گردد. همچنین با جاگذاری مقدار L_t در معادلات ۱۰ و ۱٦، می‌توانیم مقدار بهینه D_t در طول زمان را برای هر دو نوع بانکداری بیابیم. در شکل ۱ مقایسه عملکرد اعطای تسهیلات و سپرده‌گیری در بانکداری اسلامی و بانکداری متعارف صورت گرفته است. بر این اساس، عملکرد بانکداری اسلامی از لحاظ میزان بهینه تسهیلات و سپرده از بانکداری متعارف بهتر است.



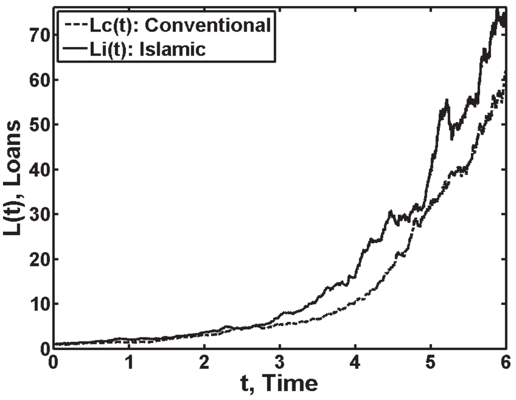
شکل ۱. مقایسه عملکرد بهینه تسهیلات و سپرده در بانکداری اسلامی و متعارف

اگر ضریب تغییرات وام σ تغییر کند، نتایج مربوط به عملکرد دو سیستم بانکداری نسبت به یکدیگر تغییر نخواهد داشت اما سطح نوسانات مربوط به مسیر بهینه برای متغیرهای تسهیلات و سپرده در بانکداری اسلامی و متعارف تغییر می‌کند. در شکل ۲ مسیر بهینه تسهیلات با افزایش ضریب تغییرات مورد بررسی قرار گرفته است.

همچنین تغییر مطالبات معوق نیز در عملکرد نسبی بانکداری متعارف و بانکداری اسلامی اثرگذار نیست و تنها سطح مسیر بهینه تسهیلات در هر دو سیستم را تغییر می‌دهد. با افزایش میزان مطالبات معوق، بانک در هر دو نظام بانکداری اسلامی و متعارف مجبور است میزان تسهیلات اعطایی خود را افزایش دهد تا بخشی از منابع بانک که از دسترس خارج شده را جبران کند. در شکل ۳ عملکرد تسهیلات بهینه در بانکداری اسلامی و بانکداری متعارف در حالتی رسم شده است که میانگین تعداد وام‌هایی که معوق می‌شوند افزایش یافته است.



شکل۲. عملکرد بهینه تسهیلات در بانکداری متعارف و اسلامی زمانی که $\sigma = 0.4$



شکل۳. عملکرد بهینه تسهیلات در بانکداری متعارف و اسلامی زمانی که $\lambda = 19$ و $\nu = 0.01$

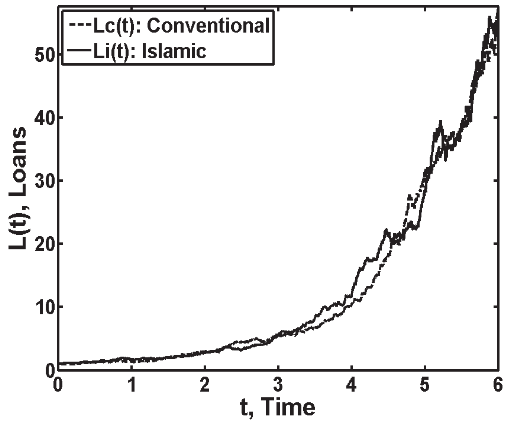
۲-۲. تحلیل حساسیت نتایج نسبت به پارامترها

با توجه به اثرپذیری نتایج از مقادیر مفروض برای پارامترها در جدول ۱، در این قسمت سعی می‌شود حساسیت نتایج نسبت به مقادیر پارامترهای مدل تا حد ممکن مورد ارزیابی قرار گیرد. در مورد نرخ‌های سود تسهیلات و سپرده، اگر مقدار نرخ‌ها در هر دو نوع سیستم را به یک اندازه افزایش یا کاهش دهیم، عملکرد نسبی یا مقایسه‌ای بانکداری متعارف و بانکداری اسلامی تغییر نخواهد کرد. بدین معنا که افزایش نرخ‌ها موجب می‌شود هر دو سیستم در سطوح پایین‌تری اقدام به وام‌دهی کنند و کاهش نرخ‌ها قدرت وام‌دهی آن‌ها را افزایش می‌دهد.

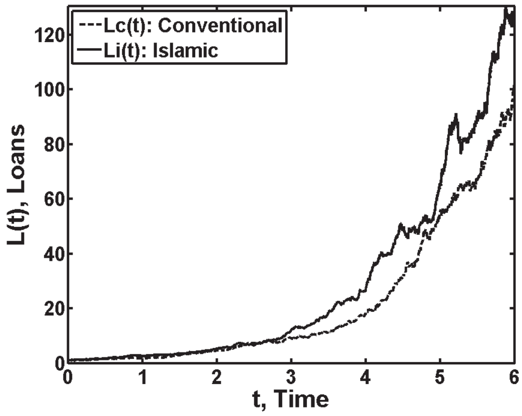
اما نکته حائز اهمیت اینجا است که اگر نرخ‌های سود مربوط به سپرده‌گذاری و تسهیلات در بانکداری متعارف r^D و r^L را به اندازه‌ی ۰/۰۲ کاهش دهیم (با ثبات سایر نرخ‌ها) یا مقدار سود پس از کسر حق‌الوکاله در قراردادهای با سود ثابت و قراردادهای مشارکت را در بانکداری اسلامی r^F و r^M به اندازه ۰/۰۲ افزایش دهیم (با ثبات سایر نرخ‌ها)، نتایج تغییر خواهد نمود و عملکرد بانکداری متعارف بهتر از بانکداری اسلامی خواهد بود. نتایج این شبیه‌سازی برای حالت دوم یعنی افزایش نرخ‌ها در بانکداری اسلامی در شکل٤ آمده است. بنابراین براساس نتایج شبیه‌سازی،

هرچند در شرایط مشابه، متغیرهای مربوط به بانکداری اسلامی عملکردی بهتر از بانکداری متعارف دارند، اما مفهوم رقابت هنوز پا برجاست. به عبارت دیگر، اگر به هر دلیلی هر یک از دو نوع سیستم نرخ‌های بالاتری را بر عهده مشتریان خود قرار دهند، عملکرد بانک به طور قابل ملاحظه‌ای نزول خواهد داشت.

براساس شبیه‌سازی‌های انجام شده، تغییر در مقادیر مربوط به پارامترهای ساختار هزینه‌ای بانک، تغییری در نتایج مقایسه‌ای میان این دو نوع سیستم بانکداری ندارد. اما نکته مهم این است که پارامتر a_2 نباید صفر باشد، زیرا این پارامتر در معادله‌های مربوط به مسیر بهینه تسهیلات و سپرده هم در بانکداری متعارف (معادله‌های ۱۰ و ۱۱) و هم در بانکداری اسلامی (معادله‌های ۱٦ و ۱۷) در مخرج کسر قرار دارد و بنابراین باید مقداری غیر از صفر داشته باشد. مسأله دیگر در مورد پارامترهای ساختار هزینه این است که هرچه این پارامترها افزایش یابند، یعنی ضریب تغییرات هزینه‌های بانک نسبت به میزان وام‌ها و سپرده‌ها افزایش یابد، میزان اعطای تسهیلات و سپرده‌گیری بانک باید افزایش یابد تا بتواند هزینه‌های خود را پوشش دهد. به عنوان مثال در شکل۵ میزان بهینه تسهیلات در حالتی مورد شبیه‌سازی قرار گرفته است که همه پارامترهای هزینه‌ای از ۰/۰۵ در جدول۳ به ۰/۵ افزایش یابد. همانطور که مشاهده می‌شود، در این حالت نیز میزان تسهیلات بهینه در بانکداری اسلامی بالاتر از بانکداری متعارف است اما هر دو بانک اسلامی و متعارف باید در سطوح بالاتری نسبت به حالت‌های گذشته اقدام به اعطای تسهیلات کنند تا بتوانند هزینه‌های خود را پوشش دهد.



شکل٤. عملکرد بهینه تسهیلات در بانکداری متعارف و اسلامی زمانی که $r^{M} = 0.09$ و $r^{F} = 0.08$

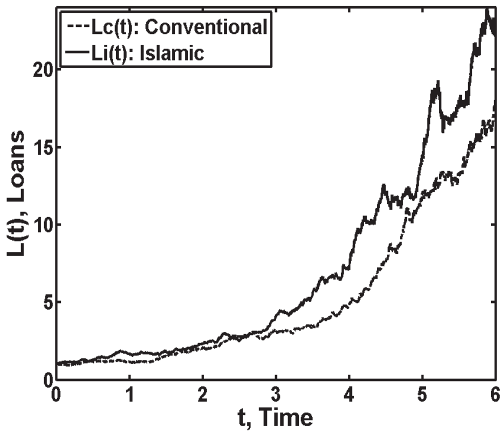


شکل۵. عملکرد بهینه تسهیلات در بانکداری متعارف و اسلامی در حالت افزایش همه پارامترهای ساختار هزینه‌ای به ۰/۵

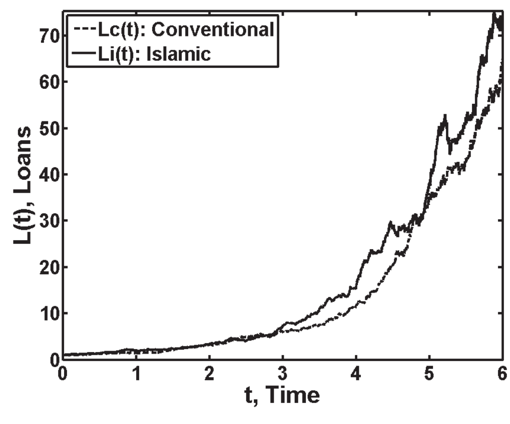
در مورد پارامتر مربوط به نرخ ذخایر نزد بانک مرکزی γ و نرخ خرید اوراق با درآمد ثابت δ که در هر دو سیستم بانکداری اسلامی و بانکداری متعارف وجود دارد، افزایش پارامترها نسبت به جدول ٤ موجب کاهش سطح تسهیلات بهینه، و کاهش آن ها موجب افزایش تسهیلات بهینه می‌شود زیرا با افزایش این پارامترها بخش بیشتری از منابع بانک صرف خرید اوراق با درآمد ثابت و ذخیره‌سازی نزد بانک مرکزی می‌شود و در نتیجه مقدار کمتری از منابع بانک قابل استفاده برای تسهیلات می‌باشد. در شکل ٦ اثرگذاری دو برابر کردن این پارامترها نسبت به جدول ٤ بر مسیر بهینه تسهیلات در بانکداری اسلامی و متعارف مورد بررسی قرار گرفته است.

با توجه به این که در مدل‌سازی حاضر مباحث مربوط به کفایت سرمایه تنها در مورد بانکداری متعارف مطرح شده است، تغییر در نرخ کفایت سرمایه یا پارامتر θ تنها بر عملکرد بانکداری متعارف اثرگذار است. افزایش این پارامتر موجب محدودتر شدن توان وام‌دهی بانکداری متعارف می‌شود و به همین ترتیب بر عملکرد بهینه وام‌دهی در این سیستم نیز تأثیر می‌گذارد. برعکس، کاهش میزان این پارامتر موجب افزایش میزان

بهینه وام‌دهی در بانکداری متعارف می‌شود. به عنوان مثال در شکل ۷ حالتی بررسی شده است که در آن پارامتر θ از ۰/۰۸ در جدول ٤ به ۰/۰۳ کاهش یافته است. همانطور که در نمودار مشخص است، در این حالت عملکرد بانکداری متعارف بهتر شده و به بانکداری اسلامی نزدیک‌تر شده است.



شکل ٦. عملکرد بهینه تسهیلات در بانکداری متعارف و اسلامی در حالتی که $\gamma = 0.2$ **و** $\delta = 0.2$



شکل۷. عملکرد بهینه تسهیلات در بانکداری متعارف و اسلامی در حالت $\theta = 0.03$

آخرین پارامتری که در این قسمت بررسی می‌شود، وزن تسهیلات مبادله‌ای اعطایی نسبت به کل تسهیلات، α، می‌باشد که براساس درخواست سپرده‌گذاران تعیین می‌شود. در سیستم بانکداری اسلامی سپرده‌گذاران بر اساس میزان ریسک‌پذیری خود مشخص می‌کنند که وجوه آن‌ها براساس عقود مبادله‌ای تسهیلات داده شود، یا در پروژه‌های مشارکتی پرریسک‌تر مورد استفاده قرار گیرد. پس از مشخص شدن فرم تابع هدف برای مدل بانکداری اسلامی، با استفاده از رابطه ١٤ می‌توانیم رابطه ١٨ را استخراج کنیم که نشان دهنده رابطه میان نسبت سهم قراردادهای مشارکت در وام‌دهی بانک، $(1-\alpha)$، و سود اضافی واقعی برای این قراردادها، (r^R-r^M) در حالت بهینه می‌باشد:

$$r^R-r^M=[1+\frac{A_0+A_1(1-\alpha)L_T+A_2((1-\alpha)L_T)^2}{(1-\alpha)L_T}]^{\frac{1}{T}}-1 \qquad (۱۸)$$

رابطه ۱۸ بازگوکننده این است که در هر نسبتی از وزن پروژه‌های مشارکتی به چه میزان جبران مازاد نسبت به سود علی الحساب قبلی باید به سپرده‌گذاران پرداخت شود تا مدل نزدیک به حالت تعادلی باشد اما این بدان معنا نیست که رابطه ۱۸ مقدار سود واقعی پروژه‌های مشارکتی را تعیین می‌کند زیرا همانطور که گفته شد، سود واقعی پروژه‌های مشارکتی بعد از اتمام آن‌ها محاسبه خواهد شد و میزان آن از مدل استخراج نمی‌شود. برای مشخص شدن جهت این رابطه جدول ۵ استخراج شده است که در آن میزان (r^R-r^M) پیشنهادی مدل برای سطوح مختلفی از وزن وام‌های مشارکتی ارائه شده است. براساس نتایج ارائه شده در جدول۵، با افزایش سهم تسیلات مشارکتی نسبت به کل تسهیلات، میزان سود بهینه پیشنهادی مدل برای پرداخت در انتهای دوره نیز افزایش می‌یابد. این بدان معنا است که وقتی بانک تصمیم می‌گیرد بخش بیشتری از منابع خود را وارد فعالیت‌های پرریسک‌تر کند، باید دقت بیشتری نسبت به بازدهی این فعالیت‌ها داشته باشد و تا جای ممکن پروژه‌های پر بازده‌تر را انتخاب کند.

جدول ۵. رابطه وزن قراردادهای مشارکتی و نرخ پیشنهادی برای جبران مازاد در پایان دوره

جبران سود واقعی $(r^R - r^M)$	وزن مشارکت $(1-\alpha)$
۰/۱۳	۰/۲۰
۰/۱۵	۰/۲۵
۰/۱۷	۰/۳۰
۰/۱۹	۰/۳۵
۰/۲۰	۰/۴۰

۳. جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

مقایسه عملکرد بانکداری اسلامی و بانکداری متعارف یکی از حوزه‌هایی است که در سال‌های اخیر مورد توجه محققین قرار گرفته است. اگرچه برای این منظور روش‌های زیادی وجود دارد، این مقاله برای اولین بار از روش کنترل بهینه تصادفی برای مقایسه عملکرد بهینه بانکداری اسلامی و بانکداری متعارف استفاده کرده است. بدین منظور فرض شده است تغییرات تسهیلات در هر دو نوع بانکداری از فرایند تصادفی پرش- انتشار پیروی کند؛ زیرا فرایند انتشار یا وینر نوسانات تصادفی تسهیلات را توضیح می‌دهد و فرایند پرش یا پواسون تغییرات جهش گونه تسهیلات که عمدتاً از مطالبات معوق ناشی می‌شود را پوشش می‌دهد.

در طراحی تابع هدف برای بانکداری اسلامی و بانکداری متعارف مهمترین تفاوت‌های این دو نظام در نظر گرفته شد. در بانکداری اسلامی برخلاف بانکداری متعارف، بانک صاحب سپرده‌ها نیست و تنها به عنوان وکیل سپرده‌گذاران، باید منفعت آن‌ها را حداکثر کند. همچنین در بانکداری اسلامی دو نوع تسهیلات با سود ثابت و مشارکتی وجود دارد به نحوی که هر کدام از سپرده‌گذاران بر اساس درجه ریسک پذیری خود محل تخصیص منابع خود را مشخص می‌کند و به همان نسبت نیز در سود و زیان فعالیت‌های بانک شریک است. به این ترتیب بر خلاف بانکداری متعارف که تسویه سود با سپرده‌گذاران به صورت قطعی در کوتاه مدت صورت می‌گیرد، در

بانکداری اسلامی بخشی از منابع سپرده‌گذار که با انتخاب خودش در پروژه‌های مشارکتی سرمایه‌گذاری می‌شود، تنها در پایان دوره سرمایه‌گذاری امکان محاسبه سود و زیان و تسویه نهایی دارد.

پس از طراحی تابع هدف و قیود برای مسأله بهینه‌سازی تصادفی در بانکداری متعارف و اسلامی، معادله همیلتن- ژاکوبی- بلمن برای هر دو مسأله بهینه‌سازی تشکیل شد. حل مسأله بهینه‌سازی برای هر دو سیستم بانکداری متعارف و اسلامی، یک معادله دیفرانسیل تصادفی برای هر سیستم به دست می‌دهد که با شبیه‌سازی آن، امکان دستیابی به مسیر بهینه اعطای تسهیلات و جذب سپرده مقدور خواهد بود.

در شبیه‌سازی مسیرهای بهینه، پارامترهای مشابهی برای نظام بانکداری متعارف و اسلامی در نظر گفته شد تا با ثبات شرایط، امکان مقایسه نتایج بهینه این دو نوع بانکداری فراهم شود. براساس نتایج حاصل از شبیه‌سازی، مسیر بهینه اعطای تسهیلات و جذب سپرده در بانکداری اسلامی در سطوح بالاتری نسبت به بانکداری متعارف قرار دارد که این مسأله نشان‌دهنده امکان فعالیت بانکداری اسلامی در مقیاس گسترده‌تر نسبت به بانکداری متعارف می‌باشد. اما از آنجا که نتایج به دست آمده بر مبنای پارامترهای مفروض بود، تحلیل حساسیت نتایج نسبت به پارامترها نیز در تحقیق انجام شده است. بر این اساس تنها نرخ سود سپرده‌ها و نرخ سود تسهیلات می‌توانند بر عملکرد مقایسه‌ای میان دو سیستم اثرگذار باشند. در شرایطی که سایر پارامترها ثابت باشد، هر کدام از بانکداری اسلامی و بانکداری متعارف که نرخ‌های کمتری در مقابل ارائه تسهیلات به مشتریان طلب کند، از عملکرد بهینه بالاتری برخوردار است که این مطلب اهمیت رقابت در دو نظام بانکداری را نشان می‌دهد.

پیوست‌ها:

پیوست ۱. محاسبه تابع هدف

از آنجا که روش محاسبه تابع هدف در هر دو نوع سیستم اسلامی و متعارف یکسان است، در اینجا تنها گام‌های محاسباتی را برای سیستم بانکداری متعارف بیان می‌نماییم.
با جایگذاری مقدار بهینه D_t، از معادله ۹، در معادله ۸، معادله زیر را داریم:

$$-V_t' = e^{-\beta t} r^L L_t + \frac{V_L' MN}{2a_2} + \frac{e^{-\beta t} M(M-a_1)}{2a_2} - a_0 e^{-\beta t} - \frac{a_1 V_L' N}{2a_2} - \frac{a_1 e^{-\beta t}(M-a_1)}{2a_2}$$
$$-\frac{V_L'^2 e^{\beta t} N^2}{4a_2} - \frac{e^{-\beta t}(M-a_1)^2}{4a_2} - \frac{NV_L'(M-a_1)}{2a_2} - b_1 e^{-\beta t} L_t - b_2 e^{-\beta t} L_t^2 + V_L' \theta L_t$$
$$+\frac{V_L'^2 N^2 e^{\beta t}}{2a_2} + \frac{V_L' N(M-a_1)}{2a_2} + \frac{1}{2} V_L'' \sigma^2 L_t^2 + \lambda[V(L_t - \nu L_t, t) - V(L_t, t)]$$

با کمی فاکتورگیری و جابجایی به معادله زیر می‌رسیم:

$$-V_t' = \left(\frac{(M-a_1)^2}{4a_2} - a_0\right) e^{-\beta t} + \left(\frac{N(M-a_1)}{2a_2} + \theta L_t\right) V_L' + \frac{e^{\beta t} N^2}{4a_2} V_L'^2$$
$$+\frac{1}{2} V_L'' \sigma^2 L_t^2 + (r^L - b_1) e^{-\beta t} L_t - b_2 e^{-\beta t} L_t^2 + \lambda[V(L_t - \nu L_t, t) - V(L_t, t)]$$

با توجه به فرم معادله ساده شده بالا، می‌توان حدس زد که تابع هدف دارای عبارتی درجه دوم بر حسب L_t و یک عبارت نمایی بر حسب t به شکل زیر است:

$$V(t, L_t) = (A_0 + A_1 L_t + A_2 L_t^2) e^{-\beta t} + c$$

با محاسبه مشتق‌های عبارت فوق و جایگذاری آن در دو طرف معادله قبل، ضرایب A_1 و A_2 به شکلی که در متن مطرح شد به دست می‌آیند.

پیوست ۲. روش شبیه‌سازی اویلر- مرویاما

معادله دیفرانسیل تصادفی از نوع پرش- انتشار به شکل زیر را در نظر می‌گیریم:

$$dX_t = f(X_t, t)dt + g(X_t, t)dW_t + h(X_t, t)dP_t$$

در این روش فرایند تصادفی وینر W_t با استفاده از مجموع‌های تجمعی تغییرات افزایشی که از توزیع نرمال تولید می‌شوند، ایجاد می‌شود و فرایند پواسون P_t از

مجموع تجمعی تغییرات افزایشی ایجاد شده از متغیرهای تصادفی با توزیع یکنواخت، تولید می‌گردند. با توجه به اینکه تغییرات افزایشی فرایند X از زمان k تا زمان $k+1$ (ΔX_k) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\Delta X_k = X_{k+1} - X_k = f(X_k, t_k)\Delta t + g(X_k, t_k)\Delta W_k + h(X_t, t)\Delta P_k$$

که در آن $\Delta P_k = P(t_k+1) - P(t_k)$، $\Delta W_k = W(t_k+1) - W(t_k)$ و Δt یک بازه کوچک زمانی است.

به این ترتیب برای شبیه‌سازی فرآیند X_t، مقادیر ΔW_k را از توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس Δt با استفاده از اعداد تصادفی از توزیع نرمال استاندارد براساس رابطه $\Delta W_k = \sqrt{\Delta t} \times N(0,1)$ شبیه‌سازی می‌نماییم و همچنین برای تولید مقادیر تصادفی برای ΔP_k ابتدا عددی تصادفی از توزیع یکنواخت استاندارد بر بازه $(0,1)$ تولید نموده سپس بررسی می‌کنیم؛ اگر این عدد در بازه (u_l, u_r) که در آن $u_l = (1-\lambda\Delta t)/2$ و $u_r = (1+\lambda\Delta t)/2$ است، قرار گیرد، مقدار ΔP_k را برابر یک و در غیر این صورت برابر صفر قرار می‌دهیم. بدین ترتیب اگر مقدار فرآیند X در زمان t_0 را داشته باشیم، مقدار فرآیند در زمان $k+1$ برای $k=1:N$ به صورت زیر تقریب زده می‌شود:

$$X_{k+1} = X_k + f(X_k, t_k)\Delta t + g(X_k, t_k)\Delta W_k + h(X_t, t)\Delta P_k$$

که در آن $t_{k+1} = k \times \Delta t$ می‌باشد. بنابراین با انجام این فرآیند شبیه‌سازی به مسیر فرآیند X_t بر بازه زمانی مورد علاقه می‌رسیم.

یادداشت‌ها

1. Ahmad
2. Hassan
3. Iqbal
4. Mohamad
5. stochastic frontier approach
6. Black
7. Scholes
8. options pricing
9. Dangl
10. Lehar
11. Mukuddem-Petersen

12. Petersen
13. jump-diffusion process
14. wiener process
15. poisson process
16. Hanson
17. Euler-Maruyama
18. matlab

کتابنامه

Ahmad, A. U. F. and Hassan, M. K. (2007), "Riba and Islamic Banking", *Journal of Islamic Economics*, Banking and Finance, Vol. 3, No. 1, January - June 2007.

Black, F. and Scholes, M. J. (1973), "The Pricing of Options and Corporate Liabilities", *Journal of Political Economy*, Vol.81, No. 3, pp. 637-654.

Dangl, J. P. and Lehar, B. (2004), "Value-at-risk vs. Building Block Regulation in Banking", *Journal of Financial Intermediation*, vol. 13, pp.96-131.

Ernst and Young (2013), *World Islamic Banking Competitiveness Report 2013*, December 2012.

Hanson, F. B. (2007), *Applied Stochastic Processes and Control for Jump-Diffusions: Modeling, Analysis and Computation*, University of Illinois, Chicago, USA.

Iqbal, M. (2001), "Islamic and Conventional Banking in the Nineties: A Comparative Study", *Islamic Economic Studies*, Vol.8, No.2, April.

Malik, M. S. and Mustafa, A. M. (2011), "Controversies that Make Islamic Banking Controversial: An Analysis of Issues and Challenges", *American Journal of Social and Management Science*, Vol 2, No.1, pp.41-46.

Mohamad, S. and Hassan, T. and Bader, M. K. I. (2008) "Efficiency of Conventional versus Islamic Banks: International Evidence using the Stochastic Frontier Approach (SFA)", *Journal of Islamic Economics*, Banking and Finance, Vol. 4, No. 2, pp.107-130.

Mukuddem-Petersen, J. and Petersen, M. A. (2006), "Bank Management via Stochastic Optimal Control", *Automatica*, vol. 42, No. 8, pp.1395-1406.

Mukuddem-Petersen, J. and Petersen, M. A. and Schoeman, I. M. and Tau, B. A. (2007), "Maximizing Banking Profit on a Random Time Interval", *Journal of Applied Mathematics*, 22 pages.