بسم الله الرحمن الرحیم

پژوهشنامهٔ فلسفهٔ دین
(نامهٔ حکمت) ۲۷

دوفصلنامهٔ علمی ـ پژوهشی فلسفهٔ دین
سال چهاردهم ـ شمارهٔ اول (پیاپی ۲۷)، بهار و تابستان ۱۳۹۵
صاحب امتیاز: دانشگاه امام صادق (ع)
مدیر مسئول: حسینعلی سعدی
سردبیر: رضا اکبری
ویراستار: محمدابراهیم باسط
امور اجرایی: امیرحسین محمّدپور

بر اساس مجوز شماره ۳/۴۸۰۰ وزارت علوم، تحقیقات و فناوری، پژوهشنامهٔ فلسفهٔ دین (نامهٔ حکمت)
دارای رتبهٔ **علمی ـ پژوهشی** است.

مجلهٔ *پژوهشنامهٔ فلسفهٔ دین* (نامهٔ حکمت)، در پایگاه Philosopher's Index، پایگاه استنادی علوم جهان اسلام (ISC) و پایگاه اطلاعات علمی جهاد دانشگاهی (SID) نمایه می شود.

طراح جلد: مهیار نصرالله‌زاده
مقالات این دوفصلنامه لزوماً بیان‌کنندهٔ دیدگاه دانشگاه نیست. نقل مطالب تنها با ذکر کامل مآخذ رواست.
۲۴۰ صفحه / ۳۰۰۰۰۰ ریال
تهران، بزرگراه شهید چمران، پل مدیریت، دانشگاه امام صادق (ع)
امور علمی و تحریریه: دانشکدهٔ الهیّات، معارف اسلامی و ارشاد، گروه فلسفه و کلام اسلامی
تلفن: ۵-۸۸۰۹۴۰۰۱ ، داخلی ۲۶۱ نمابر: ۸۸۳۸۵۸۲۰

آدرس سامانهٔ مجله: www.nameh-i-hikmat.journals.isu.ac.ir

مدیریت امور فنی و چاپ: اداره تولید و نشر آثار علمی
تلفن: ۵- ۸۸۰۹۴۰۰۱ ، داخلی ۵۲۸ نمابر: ۸۸۰۹۴۹۱۵ E-mail: mag@isu.ac.ir
مدیریت توزیع و امور مشترکین: اداره توزیع و فروش
تلفن: ۵-۸۸۰۹۴۰۰۱، داخلی ۵۱۲ نمابر: ۸۸۰۹۴۹۱۵

راهنمای نگارش مقالات

از نویسندگان محترم، تقاضا می‌شود از ارسال مقالاتی که مطابق شیوه‌نامه نیست، خودداری فرمایند؛ صرفاً مقالاتی در نوبت ارزیابی قرار می‌گیرند که مطابق شیوه‌نامه نگاشته شده باشند.

۱. پذیرش مقاله صرفاً به صورت الکترونیکی و از طریق سامانهٔ مجله، به آدرس www.nameh-i-hikmat.journals.isu.ac.ir، انجام می‌گیرد. بدین منظور، با ورود به این ســامانه، گزینهٔ ثبت نام را انتخاب کرده و مراحل مربوط را انجام دهید. در نهایت، رمز ورود به ســامانه، به پست الکترونیک شما ارسال می‌گردد و شما می‌توانید به صفحهٔ اختصاصی خود دسترسی پیدا کنید.

۲. ارجاع منابع و مآخذ، در متن مقاله در پایان نقل قول یا موضوع استفاده‌شده داخل پرانتز به شکل زیر آورده شود:

۲-۱. منابع فارسی: (نام خانوادگی مؤلّف، سال نشر، جلد، صفحه)؛ مثال: (حسینی، ۱۳۷۶، ج۲، ص۸۳).

۲-۲. منابع لاتین: (صفحه، جلد، سال نشر، نام خانوادگی مؤلّف)؛ مثال: (Plantinga, 1998, p.71).

– تکرار ارجاع یا اسناد مثل بار اول بیان شود و از کاربرد کلمات همان، پیشین و... (...,Ibid) خودداری شود.

– چنانچه از نویسنده‌ای در یک سال بیش از یک اثر انتشار یافته باشد، با ذکر حروف الفبا پس از سال انتشار، از یکدیگر متمایز شوند.

۳. تمام توضیحات اضافی و همچنین، معادل انگلیسی اسامی خاص یا اصطلاحات(در صورت لزوم) با عنوان «یادداشت‌ها»، در انتهای متن مقاله آورده شود (ارجاع و اسناد در یادداشت‌ها مثل متن مقاله، روش درون‌متنی (بند۲) خواهد بود).

۴. در پایان مقاله، فهرست الفبایی منابع فارسی و لاتین(کتابنامه) به صورت زیر ارائه شود(ابتدا منابع فارسی و عربی و سپس منابع لاتین):

کتاب: نام خانوادگی و نام نویسنده (تاریخ چاپ)، نام کتاب، نام مترجم، محلّ انتشار: نام ناشر، شمارهٔ چاپ، جلد.

مثال: هارت‌ناک، یوستوس (۱۳۵۱)، ویتگنشتاین، ترجمهٔ منوچهر بزرگمهر، تهران: انتشارات خوارزمی.

Nozick, Robert (1981), *Philosophical Explanations*, Oxford: Oxford University Press.

مقاله مندرج در مجلات: نام خانوادگی و نام نویسنده (سال انتشار)، «عنوان مقاله»، نام نشریه، دوره نشریه، شماره نشریه.

مثال: موحّد، ضیاء (۱۳۷۶)، «تمایزات مبنایی منطق قدیم و جدید»، فصل‌نامهٔ مفید، دوره سوم، ش ۱۰.

Shapiro, Stewart (2002), "Incompleteness and Inconsistency", *Mind*, vol. 111.

مقاله مندرج در مجموعه مقالات یا دایرةالمعارف‌ها: نام‌خانوادگی و نام نویســنده (تاریخ چاپ): «عنوان مقاله»، نام کتاب(ایتالیک)، نام ویراســتار، محل انتشار: نام ناشر، شماره چاپ، شماره جلد.

مثال: محمود بینا مطلق (۱۳۸۲): «فلســفه زبان در کراتیل افلاطون»، در مجموعه مقالات همایش جهانی حکیم ملاصــدرا، تهران: بنیاد حکمت اسلامی صدرا، جلد هفتم.

Rickman, H.P. (1972): "Dilthey", in *The Encyclopedia of Philosophy*, Paul Edwards (ed), New York: Macmillan Publishing Company.

۵. چکیده‌ای حداقل دارای ۱۵۰ و حدّاکثر دارای ۲۵۰ واژه و در بردارندهٔ عنوان و موضوع مقاله، روش تحقیق و مهم‌ترین نتایج و فهرستی از واژگان کلیدی (حداقل ۳ و حدّاکثر ۵ واژه)، به طور جداگانه ضــمیمهٔ مقاله شــود و در ذیل آن، رتبه دانشــگاهی، دانشــگاه محل خدمت، آدرس دانشــگاه و پســت الکترونیکی نویسنده قید گردد.

۶. ترجمهٔ انگلیسی عنوان مقاله، چکیده و کلیدواژه‌ها بعد از تأیید اولیه مقاله دریافت می شود و نیاز به ارسال اولیه آن نیست.

۷. مقاله در کاغذ A4 با رعایت فضای منا سب در حا شیه‌ها و میان سطرها، در محیط ورد با فرمت doc یا docx تنظیم شود، متن مقاله با قلم BLotus13 (لاتین TimesNewRoman10) و یادداشت‌ها و کتابنامه BLotus12 (لاتین TimesNewRoman10) حروف‌چینی شود.

۸. عناوین (تیترها) با روش شماره‌گذاری عددی و ترتیب اعداد در عناوین فرعی مثل حروف از راست به چپ تنظیم شود.

۹. حجم مقاله، از ۳۰۰۰ کلمه کمتر و از ۸۰۰۰ کلمه بیشتر نباشد.

۱۰. مقاله ارسالی نباید در هیچ مجله داخلی یا خارجی چاپ شده باشد.

۱۱. مقاله ارسالی نباید هم‌زمان به سایر مجلاّت فرستاده شده باشد. لازم است نویسندگان محترم، تعهّدنامه‌ای را مبنی بر عدم ارسال هم‌زمان مقاله به سایر نشریات، با ذکر تاریخ امضا کرده و تصویری از آن را برای مجله ارسال نمایند.

۱۲. در مقالاتی که چند نویسنده دارد، لازم است در ضمن نامه‌ای، نویسندهٔ مسئول مقاله معرفی شود و پس از امضای همهٔ نویسندگان، تصویری از آن برای مجله ارسال شود.

۱۳. «پژوهشنامهٔ فلسفهٔ دین» (نامهٔ حکمت)، در اصلاح و ویرایش مقاله آزاد است.

مجلهٔ *پژوهشنامهٔ فلسفهٔ دین* (نامهٔ حکمت)، در پایگاه Philosopher's Index، پایگاه استنادی علوم جهان اسلام (ISC) و پایگاه اطلاعات علمی جهاد دانشگاهی (SID) نمایه می شود؛ و در پایگاه مجلات تخصصی نور (noormags)، پورتال جامع علوم انسانی(ensani.ir) و پایگاه اطلاعات نشریات کشور (magiran) قابل دسترس است.

فهرست مقالات

هایک و بازسازی برهان وجودی گودل

محمد معارفی[1]
محسن فیض‌بخش[2]

تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۷/۵
تاریخ پذیرش: ۱۳۹۴/۹/۲۳

چکیده

از زمانی که گودل تلاش کرد صورت‌بندی‌ای منطقی از برهان وجودی ارائه دهد، بحث‌های قابل توجهی دربارهٔ اعتبار برهان وی صورت گرفته است. برای مثال، سوبل تلاش می‌کند کاستی‌های برهان گودل را نشان دهد. پتر هایک، منطق‌دان و ریاضی‌دان اهل جمهوری چک، تلاش می‌کند برهان وجودی گودل را به نحوی بازسازی کند که از انتقادات سوبل در امان باشد. به باور او، اگر برهان در سیستم موجههٔ $S5$ با اندکی تفاوت بازسازی شود، می‌تواند از انتقادات سوبل در امان بماند. در عین حال، هایک معتقد است اثبات اعتبار برهان وجودی ارتباطی به اثبات وجود خداوند ندارد. در این نوشته، ابتدا شرحی از بازسازی هایک از برهان وجودی ارائه و این نکته نشان داده می‌شود که چگونه این نسخهٔ هایک از برهان مسئلهٔ شکست وجهی برهان را ـ که نسخهٔ گودل با آن مواجه است ـ حل می‌کند. آنگاه تلاش می‌شود ادعای اخیر هایک دربارهٔ بی‌ارتباطی الهیاتی برهان در قالب دعاوی فیلسوفانی نظیر ویلیام رو و باس ون فراسن فهمیده و ارزیابی شود. در اینجا نشان خواهیم داد که در فرض خاصی می‌توان نشان داد که چنین برهانی می‌تواند به اثبات وجود خدا مرتبط باشد.

کلیدواژه‌ها

اثبات وجود خداوند، برهان وجودی، کورت گودل، پتر هایک، جردن هاوارد سوبل

---

۱. دانش‌آموختهٔ کارشناسی ارشد فلسفه و کلام اسلامی، دانشگاه امام صادق علیه السلام، تهران، ایران (نویسنده مسؤول) md.maarefi@gmail.com
۲. دانشجوی دکتری فلسفه دین، دانشگاه تهران، پردیس فارابی، قم، ایران feyzbakhsh@ut.ac.ir

مقدمه

نقطهٔ تمرکز این نوشته بازسازی برهان گودل توسط هایک است. برای همین، شرح مختصر برهان گودل (1995, pp. 403-405) فقط جنبهٔ تمهیدی دارد، برای بسط بیشتر می‌توان به مقالاتی که دربارهٔ برهان گودل به زبان فارسی نوشته شده‌اند مراجعه کرد (نک. وکیلی، ۱۳۸۵؛ رعنایی، ۱۳۹۱). مقالهٔ رعنایی به انتقادات سوبل و اصلاحات اندرسون نیز پرداخته است.

در این نوشته، پس از توضیح واژگان و زبان مورد استفاده، برهان گودل به اختصار توضیح داده می‌شود. پس از آن، بازسازی برهان توسط هایک شرح داده خواهد شد. در انتها، ادعای هایک دربارهٔ بی‌ارتباطی الهیاتی برهان مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.

۱. توضیح واژگان و زبان مورد استفاده

برای توضیح نمادگذاری نخست باید تذکر داده شود که نمادگذاری گودل و هایک قدری متفاوت است. نقطهٔ عزیمت هایک بازسازی اندرسون است که در نمادگذاری با گودل متفاوت است. اما زبانی که هایک معرفی می‌کند ($£_{ont}$) قدرتی کافی برای اظهار و نمایش همهٔ نمادگذاری‌ها را دارد. زبان مورد استفادهٔ هایک متشکل از چند نماد اصلی و چند قضیه است که در آن زبان اثبات می‌شوند.

تعریف ۱ (واژگان زبان $£_{ont}$): در زبان $£_{ont}$ برای اشیاء از حروف کوچک x، y، z، … استفاده می‌شود و برای اوصاف از متغیرهایی با حروف بزرگ مثل X، Y، Z، …، به این معنا، حوزهٔ سخن ما هم اشیاءاند و هم اوصاف. همچنین عبارت H(x) به معنای خداگونه بودنِ x است و P(X) به معنای مثبت بودنِ وصف X است. توجه شود که در استدلالِ گودل G(x) به معنای خداگونه بودنِ x است. اما در بازسازی اندرسون، و به تبعِ وی هایک، H(x) نمایانگر این وصف است. همچنین نماد $\in$ به معنای عضویت است. به این معنا، اگر گفته شود $x \in X$، به این معناست که $X(x)$ صادق است. نیز $=_1$ به معنای این‌همانی اشیاء حوزهٔ سخن و $=_2$ به معنای این‌همانی اوصاف حوزهٔ سخن ماست. نیازی به ذکر این نکته نیست که از $\Box$ برای نشان دادن ضرورت و از $\Diamond$ برای نشان دادن امکان استفاده می‌کنیم.

تعریف ۲ (معرفی سیستم موجههٔ S_5 در زبان $£_{ont}$): در زبان از مجموعهٔ اصول موضوعهٔ منطق گزاره‌ها و اصول موضوعهٔ سیستم موجههٔ S_5 به همراه قواعد معتبر سور به نحو ذیل استفاده می‌شود:

- اصول موضوعهٔ منطق گزاره‌ها،
- اصل موضوع جاگذاری برای سور عمومی بر روی اشیاء: $(\forall x)\varphi \rightarrow \varphi[x/t]$،
- اصل موضوعهٔ جاگذاری برای سور عمومی بر روی اوصاف: $(\forall X)\varphi \rightarrow \varphi[X/T]$،
- اصول موضوعهٔ سیستم موجههٔ S_5:
  - $\Box(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (\Box\varphi \rightarrow \Box\psi)$
  - $\Box\varphi \rightarrow \Box\Box\varphi$
  - $\Box\varphi \rightarrow \varphi$
  - $\Diamond\varphi \rightarrow \Box\Diamond\varphi$
- قواعد استنتاج: وضع مقدم، معرفی سور عمومی بر روی فرمول مشتمل بر متغیرِ شیئی $\varphi \rightarrow \forall(x)\varphi$، و معرفی سور عمومی بر روی فرمول مشتمل بر متغیر وصفی $\varphi \rightarrow \forall(X)\varphi$.

تعریف ۳: یک تئوری عبارت است از مجموعه‌ای از فرمول‌ها که در یک سیستم منطقی صادق تلقی می‌شوند. همچنین یک برهان بر مدعا عبارت است از یک n تایی مرتب از گزاره‌ها که هر کدام یا اصلِ موضوعه هستند و یا از گزارهٔ قبلی طبق قواعد معتبر استنتاج به دست آمده‌اند.

تعریف ۴: مدل کریپکی برای زبانمان را چنین تعریف می کنیم: مدل کریپکی برای زبان عبارت است از ۸ـتایی مرتب $K = (W, M_1, M_2, r_H, r_P, r_\in, r_{=1}, r_{=2})$ که در آن W مجموعهٔ ناتهی جهان‌های ممکن، M_1 مجموعهٔ افراد، و M_2 مجموعهٔ اوصاف آنها، و r_H و r_P توابعی هستند که به ترتیب اوصاف خاص مثبت بودن و خداگونه بودن را مشخص می‌کنند. در عین حال، $r_{=1}$ و $r_{=2}$ مبین تساوی در افراد و اوصاف هستند. به این معنا می توان ادعا کرد:

$$r_H : M_1 \times W \rightarrow \{0,1\},\ r_P : M_2 \times W \rightarrow \{0,1\},\ r_\in : M_1 \times M_2 \times W \rightarrow \{0,1\},$$
$$r_{=1} : M_1 \times M_1 \times W \rightarrow \{0,1\},\ r_{=2} : M_2 \times M_2 \times W \rightarrow \{0,1\}$$

برای مثال، $r_P : M_2 \times W \rightarrow \{0,1\}$ معلوم می‌کند که آیا وصف خاص X در جهان ممکن w مثبت هست (۱) یا نه (۰)، و $r_{=2} : M_2 \times M_2 \times W \rightarrow \{0,1\}$ معلوم می‌کند که بازای دو وصف X و Y در جهان ممکن w آیا این دو وصف یکسان هستند (۱) یا نیستند (۰) و

الی‌آخر.

تعریف ۵ (ارزش‌دهی در زبان ξ_{Ont}): یک K_ارزش‌دهی در زبان ξ_{Ont} عبارت است از تابعی که بازای هر متغیر شیئی یک شیئ از جهان ممکن و بازای هر متغیر وصفی یک وصف در جهان ممکن خاص نسبت می‌دهد. اما تحت هر k_ارزش‌دهی، می‌توان شرایط اشباع را بازای متغیرهای وصفی تعریف کرد: برای مثال، تحت k_ارزش‌دهی e می‌توان شرایط صدق H یا موجود خداگونه را چنین بیان کرد:

$$K,w \mapsto H(x)[e] \, iff \;\; r_H(e(x),w)=1$$

برای وصف P(x) نیز می‌توان شرط صدق زیر را بیان کرد:

$$K,w \mapsto P(x)[e] \, iff \;\; r_{\in}(e(x),e(X),w)=1$$

همچنین برای ارائۀ شرط صدق این‌همانی در اشیاء:

$$K,w \mapsto x=y[e] \, iff \;\; r_{=}(e(x),e(y),w)=1$$

و برای شرط صدق تساوی در اوصاف:

$$K,w \mapsto X=Y[e] \, iff \;\; r_{=}(e(X),e(Y),w)=1$$

ارائۀ شرط صدق‌های معادل، مثلاً در باب گزاره‌های واجد عاطف و نیز سور عمومی، ساده به نظر می‌رسد و نیازی به ذکر آنها نیست. همچنین اصول این‌همانی برای $=_1$ و $=_2$ شامل تقارن، تعدی، و بازتابی را می‌توان چنین بیان کرد:

$$x =_1 x, x =_1 y \rightarrow y =_1 x, (x =_1 y \,\&\, y =_1 z) \rightarrow x =_1 z$$
$$X =_1 X, X =_1 Y \rightarrow Y =_1 X, (X =_1 Y \,\&\, Y =_1 Z) \rightarrow X =_1 Z .$$

به این صورت می توان ادعا کرد که مجموعۀ افراد و اوصاف بر روی رابطۀ $=_1$ و $=_2$ افراز می‌شوند. همچنین اصول موضوعۀ حاکم بر افراد و اوصاف بیان می‌کند:

$$(x=y \,\&\, X=Y) \rightarrow (X(x) \leftrightarrow Y(y)).$$

تعریف ۶: اصلِ مصداقیت را که مبینِ مصداقی بودن اوصاف است می‌توان به طریق زیر بیان کرد. این اصل در حقیقت معادلِ مصداقی بودنِ اوصاف در زبان ξ_{Ont} است:

$$X=Y \equiv \forall(x)(X(x) \equiv Y(x)).$$

تعریف ۷: در زبان $\pounds_{ont}$ به نام C_{full} به بیان هایک اصل معقولیت نامیده می شود و بیانگر این است که می توان از ترکیب اوصاف گوناگون وصف‌های جدید ساخت. فرض کنید متغیر

Y در φ دارای مورد آزاد نیست:

$C_{full} : (\exists Y)\Box(\forall x)(Y(x) \rightarrow \varphi(x))$

پذیرفتن C_{full} اجازه می‌دهد که اوصاف را طبقِ عملگرهای بولی الصاق کنیم و اوصاف دیگر بسازیم. به این معنا، برای مثال می‌توان گفت:

$(\exists Y)\Box(\forall x)(Y(x) \leftrightarrow \neg X(x))$, $(\exists Z)\Box(\forall x)(Z(x) \leftrightarrow U(x) \wedge V(x))$
etc.

این اصل به ما اجازه می‌دهد که در زبانمان از اوصاف ساده‌تر اوصاف پیچیده‌تر بسازیم. به این معنا، مثال‌های فوق دو نمونه از اِعمال قاعدهٔ C_{full} هستند که یکی اجازه می‌دهد از هر وصف نقیض آن را وصف دیگر بدانیم و دیگری اجازه می‌دهد که از جمع منطقی دو وصف وصفی دیگر بسازیم.

۲. گودل و برهان اصلی

اصل اول در برهان گودل این است که بازای هر ویژگی یا آن ویژگی «مثبت» است یا نقیض آن. این اصل در حقیقت نوعی «بستار» را بر ویژگی‌هایِ جهان تحمیل می‌کند. به زبان نمادین، می‌توان گفت:

$\text{Axiom1}: \Box\, \forall \phi [P(\neg\phi) \leftrightarrow \neg P(\phi)]$

اصل دوم مدعی است اگر یک ویژگی ضرورتاً از ویژگیِ مثبتِ دیگر نتیجه شود، آن ویژگی نیز همچنان مثبت است. بازای هر ویژگی مثبت اگر این ویژگی ضرورتاً مستلزم ویژگی دیگری باشد، آن ویژگی دیگر نیز ویژگی‌ای مثبت است.

$\text{Axiom 2}: \Box\,(\forall \phi\, \forall \psi\, [P(\phi) \wedge \Box\, \forall x [\phi(x) \rightarrow \psi(x)] \rightarrow P(\psi)\,])$

قضیهٔ اول: مفاد این قضیه این است که هر ویژگی مثبتی علی الاصول ممکن است حاصل شود. به این معنا، هر ویژگیِ منطقاً ممکن و مثبت ممکن است بر یک شیئ حمل شود و به این معنا در عالم واقع حاصل شود. این اصل را به زبان منطقی چنین می توان بیان کرد.

$\text{Theorem 1}: \Box\, \forall \phi [P(\phi) \rightarrow \Diamond \exists x \phi(x)]$

اثبات قضیهٔ اول: برهان در قالب قیاس خلف است، به این شکل که اگر خلاف مفروض مکان را در نظر بگیریم: $\neg\Box\forall\varphi\left[P(\varphi) \rightarrow \Diamond\exists x\varphi(x)\right]$ در این صورت باید ϕای وجود

داشته باشد که $P(\phi)$ (i)، اما در عین حال $\neg\Diamond\exists x\phi(x)$ (ii). (ii) به همراه (i) درست شکل منطقی فرض خلف ماست. بنابراین فرض خلف ما عبارت است از $P(\phi)\wedge\neg\Diamond\exists x\phi(x)$.
از (ii) نتیجه می شود که $\Box\,\forall x\neg\phi(x)$ (iii)، چرا که اساساً،

$$\Box\,\forall x\neg\phi(x)\ \equiv\ \neg\Diamond\exists x\phi(x)$$

در این بخش از برهان، گودل یک تصویر وسیع (broad) از وصف را فرض می‌کند و به این معنا $\hat{x}[x\neq x]$, $\hat{x}[x=x]$ را هم دو وصف معنادار قلمداد می‌کند. توجه شود از میان دو وصف مذکور یکی منطقاً بر همهٔ اشیاء عالم صادق است، و دیگری منطقاً بر هیچ شیئی از عالم واقع صادق نیست. پس اگر $\hat{x}[x=x]$ را به SI نشان دهیم و $\hat{x}[x\neq x]$ را به SC، می‌توان ادعا کرد:

$$\text{SC: }\Box\,\forall x(\neg SC(x))$$

$$\text{SI: }\Box\,\forall x(SI(x))$$

با مفروض انگاشتن (iii) چنین به دست می‌آید که ویژگی $\neg\phi$ بر همهٔ اشیاء صادق است. از اینجا به دست می‌آید که وصف ϕ بر هیچ شیئ واقعی حمل نمی‌شود. لذا $\phi(x)$ همواره کاذب است. بنابراین اگر در یک شرطی چنین گزاره‌ای که ضرورتاً کاذب است قرار بگیرد، طبق اصل موضوعهٔ هیلبرت $\neg A\to(A\to B)$ شرطی همواره صادق خواهد بود. بنابراین مانعی برای ایجاد شرطی همواره صادق $\phi(x)\to\hat{x}[x\neq x]$ در بین نیست و با استفاده از قاعدهٔ معرفی سور عمومی و معرفی ضرورت (رجوع شود به قواعد استنتاج در بخش نخست) می‌توان نتیجه گرفت: $\Box\forall(x)\left[\phi(x)\to\hat{x}[x\neq x]\right]$ (iv). توجه شود که ϕویژگی‌ای مثبت است و طبق اصل دوم داشتیم که ویژگی‌ای که از ویژگی‌ای مثبت استنتاج شود مثبت است، لذا $P(\hat{x}[x\neq x])$. از طرف دیگر، می‌توان طبق SI Axiom ادعا کرد که $\Box\,\forall x[\phi(x)\to x=x]$ (v). اما دقت در (v) به نتیجه‌ای متنافی با $P(\hat{x}[x\neq x])$ ختم می‌شود، چرا که طبق (v) و Axiom 2 می‌توان ادعا کرد: $P(\hat{x}[x=x])$. چرا مدعای اخیر با $P(\hat{x}[x\neq x])$ در تنافی است؟ ریشهٔ این تناقض را باید در Axiom 1 جست. در Axiom 1 ادعا کردیم که $\Box\,\forall\phi[P(\neg\phi)\leftrightarrow\neg P(\phi)]$، این مدعا نشان می‌داد که از اوصاف متناقض لامحاله یکی و فقط یکی باید مثبت باشند، اما $\hat{x}[x=x]\equiv\neg\hat{x}[x\neq x]$. نتیجتاً از میان دو وصف متنافی مذکور تنها و تنها یکی باید مثبت باشد. نتیجه این که

$\neg(P(\hat{x}[x \neq x]) \wedge P(\hat{x}[x = x]))$. این نتیجه متنافی با (iii) است، و چون مدعای اخیر نتیجهٔ اصول منطقی مفروض است باید (iii) را باطل بینگاریم، و این همان مطلوب ما است.

تعریف بعدی وصف «واجدِ همهٔ اوصاف مثبت بودن» است، که آن را با G نشان می‌دهیم. به این معنا، موجودی که واجد وصف G باشد تمام اوصاف مثبت را واجد است:

$\text{Def G.} \ \Box \forall x[G(x) \leftrightarrow \forall \phi[P(\phi) \rightarrow \phi(x)]]$

اما اصل بعدی که آن را بیان می‌کنیم که محتوای آن مثبت بودن G است:

Axiom 3: P(G).

اصل بعدی گامی فراسوی اثبات قضیهٔ آخرین است. این اصل مدعی است که اگر وصفی مثبت باشد، ضرورتاً مثبت است. چنان که پیش‌تر بیان شد، می‌توان در این قضیه قدری تعدیل کرد و عالم مقال آن را قدری محدودتر در نظر گرفت. به این معنا، می‌توان ادعا کرد که هر وصف مربوط مثبتی ضرورتاً مثبت است.

$\text{Axiom 4:} \ \Box[\forall(\phi)[P(\phi) \rightarrow \ \Box P(\phi)]$

تعریف بعدی تعریف «ذات» و اوصاف ذاتی برای اشیاء است. در نظر گودل، «ذات» یک شیئ در حقیقت وصفی از شیئ است که همهٔ اوصاف آن را نتیجه دهد:

$\text{Def Ess.} \ \Box \forall \phi \forall x(\phi \, Ess \, x \equiv \phi(x) \wedge \forall \psi[\psi(x) \rightarrow \ \Box \forall(y)[\phi(y) \rightarrow \psi(y)]]])$

قضیهٔ دوم مدعی ذاتی بودنِ ویژگیِ خداگونه بودن برای موجود مفروض G است. به این معنا، اگر موجودی واجد ویژگی G باشد، آنگاه چنین ویژگی‌ای برای آن ذاتی ـ در معنای گودلی ـ خواهد بود.

$\text{Theorem 2.} \ \Box \forall x\left[G(x) \rightarrow G \, Ess \, x\right]$

اثبات: در حقیقت ما قرار است $\Box \forall x\left[G(x) \rightarrow G \, Ess \, x\right]$ را اثبات کنیم. برای مقتضیات مدعا نخست فرض می‌کنیم: (i) G(x). در مرحلهٔ بعد باید نشان دهیم که

$\forall \psi[\psi(x) \rightarrow \Box \ \forall y[G(y) \rightarrow \psi(y)]]$

آنچه مدعای دوم به ضمیمهٔ مدعای اول نتیجه می‌دهد این است که $G \, Ess \, x$ و این همان مطلوب ما است. برای رسیدن به چنین نتیجه‌ای کافی است فرض کنیم: $\psi(x)$ (ii) و از (ii) به دست آوریم: $\Box \ \forall y[G(y) \rightarrow \psi(y)]$. در اینجا می‌توان فرض کرد که $P(\psi)$، اما چرا

این فرض درست است؟ دلیل این است که در مدعای

$\forall\psi[\psi(x) \rightarrow \Box\ \forall y[G(y) \rightarrow \psi(y)]]$

می‌خواهیم در باب ویژگی‌ای چون ψ صحبت کنیم که ضرورتاً از G نتیجه می شود و ادعا شد که ویژگی‌ای که ضرورتاً از ویژگی مثبت نتیجه شود خود یک ویژگی مثبت است. نتیجه این است که باید فرض کنیم ψ مثبت است.

از این که $P(\psi)$ و Axiom 4 می‌توان نتیجه گرفت که $\Box P(\psi)$ (iii). بنا بر تعریف G داریم:

$$\Box \quad \forall(x)[Gx \equiv \forall\phi[P(\phi) \rightarrow \phi(x)]]$$

نتیجه این است (البته با قدری مختصرسازی استدلال در منطق موجهه):

$$\text{(iv)}\ \Box\left(P(\psi) \rightarrow \forall x[Gx \rightarrow \psi(x)]\right)$$

حال با بهره‌گیری از فرمول منطقی انبساط عملگرهای موجهه (modal distribution principle)، که $\Box(P\rightarrow Q)\rightarrow(\Box P\rightarrow\Box Q)$ است، و از (iv) نتیجه می‌گیریم که می‌توان ادعا کرد:

$$\text{(v)}\ (\Box P(\psi) \rightarrow \Box\ \forall x[Gx \rightarrow \psi(x)])$$

مدعای v به ضمیمهٔ iii به علاوهٔ قاعدهٔ وضع مقدم در منطق به نتیجهٔ

$$\text{(vi)}\ \Box\ \forall x[Gx \rightarrow \psi(x)]$$

ختم می شود.

تعریف بعدی تعریف «وجود ضروری» است. این تعریف وجود ضروری را بر حسب «ذات» همانچه در تعریف پیش بدان اشاره شد بیان می‌کند. طبق این تعریف، امری دارای وجود ضروری است که ذات آن ضرورتاً وجود داشته باشد. در بیان صوری می‌توان تعریف فوق را چنین نوشت:

$$\text{Def NE:}\ \Box\ \forall x[NE(x) \leftrightarrow \forall\phi[\phi\, Ess\ x \rightarrow \Box\ \exists x\,\phi(x)]]$$

اصل پنجم مدعی «مثبت» بودنِ وجود ضروری است. طبق این اصل، این که حقیقتی واجد ویژگی «وجود ضروری» باشد ویژگی‌ای مثبت برای آن موجود خواهد بود:[۱]

Axiom 5: P (NE).

اینک به قضیهٔ نهایی می‌رسیم. صورت این برهان این است که ضرورتاً یک موجود G

وجود دارد. این صورت در شکل منطقی به این صورت می‌تواند نوشته شود:

Theorem 3. $\Box\exists x G(x)$

اثبات قضیهٔ ۳: بنا بر تعریف G داریم:

$$G(x) \leftrightarrow \forall\phi[P(\phi)\rightarrow\phi(x)]$$

همچنین در اصل پنجم داریم: P(NE)، و بنا بر مدعای قضیهٔ ۲ داریم:

$$G(x) \rightarrow G\ Ess\ x$$

حال فرض می‌کنیم که G(x)، چون P(NE) بنا بر تعریف

$$G(x) \leftrightarrow \forall\phi[P(\phi)\rightarrow\phi(x)]$$

می‌توان ادعا کرد:

$$P(NE) \rightarrow NE(x)$$

کافی است Axiom 5 را به مدعای اخیر ضمیمه کنیم، آنگاه نتیجهٔ NE(x) (i) به دست خواهد آمد. بنا بر قضیهٔ ۲ نیز داشتیم G(x) → G Ess x و طبق فرض G(x) و قاعدهٔ وضع مقدم می‌توان نتیجه گرفت: G (ii) Ess x. حال طبق فرض G(x)، دو نتیجهٔ (i) و (ii) را می‌توان چنین به هم ضمیمه کرد:

$$G(x)\rightarrow NE(x) \wedge G\ Ess\ x$$

این نتیجهٔ اخیر را (iii) می‌نامیم. از (iii) و تعریف Def NE نتیجه می‌شود:

$$NE(x) \leftrightarrow \forall\phi[\phi\ Ess\ x\rightarrow\Box\ \exists x\phi(x)]$$

اگر این مدعای اخیر را به مدعای (iii) ضمیمه کنیم می‌توان ادعا کرد:

$$(iv)\ G(x) \rightarrow\Box\exists x G(x)$$

همچنین می‌توان نتیجهٔ (iv) را با سوری عمومی چنین بیان کرد:

$$(iv')\ \ \forall x[G(x)\rightarrow\Box\exists x G(x)]$$

از نتیجهٔ (iv') می‌توان با تعدیلی در سور عمومی و معرفی سوری وجودی بیان کرد:

$$(v)\ \exists x Gx\rightarrow\Box\exists x G(x)$$

حال فرمول $\Box(P\rightarrow Q)\rightarrow\Diamond P\rightarrow\Diamond Q$ که فرمولی از انبساط سور است نتیجه می شود:

$$(vi)\ \Diamond\ \exists x Gx\rightarrow\Diamond\Box\ \exists x G(x)$$

اکنون اگر سیستم S_5 را فرض کنیم، می‌توان اصل تحویل (reduction principle) را چنین

بیان کرد: $\Diamond\Box P \rightarrow \Box P$. نتیجهٔ اعمال اصل تحویل بر (vi) چنین خواهد بود:

$$(\text{vii})\ \Diamond \exists xGx \rightarrow \Box \exists xG(x)$$

(vii) درست معادل است با معادل منطقی آن که عبارت است از

$$(\text{a})\ (\neg \Diamond \exists xGx \vee \Box \exists xGx)$$

توجه شود که این نتیجهٔ اخیر دقیقاً استراتژی لایبنیتس است، به این معنا که یا وجود G ضروری است، یا ممتنع. وجود G را نمی‌توان «ممکن التحقق» دانست. لذا یا باید امتناع آن را نشان داد، یا ضرورت آن را. از سوی دیگر، بنا بر Axiom 3 داشتیم P(G)، و بنا بر قضیهٔ ۱: $\Box \forall \phi[P(\phi) \rightarrow \Diamond \exists x\phi(x)]$. از مفاد قضیهٔ ۱ به روشنی معلوم است که بازای هر وصف مثبت آن وصف مثبت خواهد بود. کاملاً روشن است که G نیز یک وصف ممکن است. نتیجه این است که $\Diamond \exists xGx$ (b). حال (a) را با (b) مقایسه می‌کنیم، مدعای a این است که وجود G یا ضروری است یا ممتنع است، و مدعای b این است که وجود G ممکن است، نتیجه این که مؤلفهٔ نخست ترکیب فصلی a غلط خواهد بود، و این بدان معناست که باید مؤلفهٔ دوم صادق باشد و آن همان مطلوب قضیهٔ ۳ است، که چنین بیان می شود: $\Box \exists xGx$.

۳. بازسازی برهان گودل در زبان $\pounds_{ont}$ هایک

شاید بتوان گفت که مهم‌ترین اعتراض بر برهان گودل را سوبل وارد کرده است (2004, p. 115-167). او می‌گوید از سیستم وی اصلی مثل $\varphi \leftrightarrow \Box\varphi$ نتیجه می‌شود که به نظر خلاف شهود می‌رسد. اندرسون و هایک سعی می‌کنند اصول و پاره‌ای مفروضات گودل را چنان بازسازی و ترمیم کنند که سیستم اصول موضوعه مشتمل بر چنین نتیجه‌ای نباشد.

در ضمن هایک بیان می‌کند که اصل موضوع ۲ نیز که اوصاف مثبت را معرفی می‌کند می‌تواند نتایج خلاف شهودی به بار آورد. بار دیگر اصل ۲ را به یاد آورید:

$$P(\phi) \wedge \Box\ [\ (\forall x[\phi(x) \rightarrow \varphi(x)]) \rightarrow P(\varphi)]$$

این اصل بیان می کند که هر وصفی که نتیجهٔ منطقی وصفی مثبت باشد خود مثبت است. حال هایک (2002, p. 150) مثال هوشمندانه‌ای طراحی می‌کند فرض کنید $H(x)$ دال بر خداگونه بودن x باشد. طبق اصول موضوعهٔ هایک، $H(x)$ وصفی مثبت است. در عین حال، فرض کنید $D(x)$ دال بر شیطان‌گونه بودن موجود x باشد. شهوداً این وصف وصفی

مثبت نیست. اما ترکیب فصلی این دو را در نظر بگیرید: $H(x) \vee D(x)$ این وصف البته نتیجهٔ منطقی $H(x)$ است. لذا در شرایط اصل موضوع ۲ گودل صدق می کند. اما به سختی بتوان $H(x) \vee D(x)$ را وصفی «مثبت» خواند. هایک سعی می‌کند این اشکال را رفع کند.

نخست این که با مفروض انگاشتنِ اصول موضوعهٔ S5 می‌توان فرمول‌های بارکان را هم برای اوصاف، که با حروف بزرگ نمایش داده می‌شوند، و هم برای متغیرهای شخصی که با حروف کوچک نمایش داده می‌شوند مفروض انگاشت:

$$\text{(BFP)}\ \Box(\forall X)\varphi \leftrightarrow (\forall X)\Box\varphi$$

و

$$\text{(BFI)}\ \Box(\forall x)\varphi \leftrightarrow (\forall x)\Box\varphi$$

تعریف بعدی در زبان هایک معرفی مدل کریپکی برای زبان شامل متغیرها و افراد شخصی است که تساوی را برای افراد و اوصاف تعریف می‌کند.

۴. اندرسون و بازسازی اولیه

اندرسون برای بازسازی اولیهٔ برهان گودل از اشکال شکست وجهی اصول موضوعهٔ گودل را به نحو زیر بازسازی می‌کند (Hájek, 2002):

$$(A_1) P(X) \to \neg P(\neg X)$$

$$(A_2) \big(P(X) \& \Box(X \subseteq Y) \to P(Y)\big)$$

$$(def) H(x) \leftrightarrow (\forall Y)(\Box Y(x) \leftrightarrow P(Y))$$

$$(A_3) P(H)$$

$$(A_4) P(Y) \to \Box P(Y)$$

$$(def) Ess(x) \leftrightarrow (\forall Y)(\Box Y(u) \leftrightarrow \Box(X \subseteq Y))$$

$$(def) NE(x) \leftrightarrow (\forall Y)\big(Ess(x) \to \Box(\exists u)Y(u)\big)$$

$$(A_5) P(NE).$$

در این سیستم، نمی‌توان نتیجهٔ $\varphi \leftrightarrow \Box\varphi$ را به دست آورد. به این معنا، بازسازی اندرسون

می‌تواند اشکال سوبل را برطرف کند. از سوی دیگر، هایک در برخی آثار خود نشان داده است که A4، A5 زاید هستند. چون A1–A3 می‌توانند نتیجهٔ مطلوب یعنی $\Box(\exists x)(Hx)$ را اثبات کند. هایک معتقد است که اصول مذکور حتی توان اثبات A4 و A5 را نیز دارند. بنابراین، در صورت‌بندی اندرسون، اصول ۴ و ۵ زاید هستند.

۵. بازسازی هایک و ترمیم اصل موضوع ۱و۲

هایک پیشنهاد می‌کند که می‌توان اصل موضوع ۱ و ۲ را با اصل زیر تعویض کرد:

$$(A1,2)\left(P(X)\,\&\,\Box(X\subseteq Y)\rightarrow\neg P(\neg Y)\right)$$

اما مزیت‌های $(A1,2)$ چیست؟ به نظر می‌رسد $(A1,2)$ به علاوهٔ (A3) می‌تواند $\Box(\exists x)(Hx)$ را اثبات کند. به عنوان یک لم می‌توان دو مدعا را اثبات کرد:

لم ۱: $(A1,2)$ مستلزم $P(X)\rightarrow\neg P(\neg X)$ و $P(X)\rightarrow\Diamond(\exists u)X(u)$ است.

اثبات لم ۱: استدلال بر A1 از طریق قیاس خلف است. فرض کنیم $\neg(P(X)\rightarrow\neg P(\neg X))$ در عین این که $(A1,2)$. هایک سعی می‌کند نشان دهد که این مجموعهٔ مفروضات به تناقض ختم می‌شوند. به این طریق، وی نخست بیان می‌کند که می‌دانیم $\Box(X\subseteq X)$ (i) و این که $\Box(\forall x)\neg X(x)\rightarrow\Box(X\subseteq\neg X)$ (ii). توجیه (ii) بدین صورت است که اگر ضرورتاً همهٔ اشیاء جهان واجد وصف X هستند، پس X عام‌ترین وصف جهان مورد نظر است، و لذا بازای هر وصفی ـ مثلاً X ـ می‌توان ادعا کرد که ضرورتاً این وصف، زیرمجموعهٔ وصف مورد نظر است. از سویی،

$$\neg(P(X)\rightarrow\neg P(\neg X))\leftrightarrow P(X)\wedge P(\neg X)$$

و لذا طبق $(A1,2)$ و (i) و (ii) می‌توان به سادگی نتیجه گرفت:

$$(P(X)\,\&\,\Box(\forall x)\neg X(x))\rightarrow\neg P(\neg\neg X)$$

که مدعای اخیر مساوی است با $\neg P(X)$ و این مدعای اخیر متناقض با $P(X)$ است و لذا فرض خلف سقوط می کند.

تعریف نهایی هایک توصیف H است که درست همان G در برهان گودل است. تعریف هایک چنین است:

$$H(u)\leftrightarrow(\forall X)(\Box X(u)\leftrightarrow(\exists Y)(\Box(Y\subseteq X)\,\&\,P(Y)))$$

هایک البته A3 را حفظ می‌کند و آن را تغییر نمی‌دهد. اگر سیستم هایک را AO بنامیم،

می‌توان ادعا کرد که در AO می‌شود اثبات کرد: $H(u) \to \Box H(u)$. اثبات این حکم اخیر به نظر بسیار ساده می‌رسد و صرفا استراتژی کلی اثبات کافی است. نخست فرض کنیم $H(u)$، از این نقطهٔ تعریف بازای هر وصف مثبت Y می‌توان ادعا کرد که $\Box Y(u)$، و این مدعای اخیر به این معناست که u همهٔ اوصاف را به نحو ضروری دارد که بیان دیگر آن این است که $\Box H(u)$. حال برای اثبات مهم‌ترین قضیهٔ زبان $\pounds_{ont}$ آماده‌ایم و آن این است که $\Box(\exists x)H(u)$ (HOA).

اثبات: اثبات در $\pounds_{ont}$ بسیار ساده است. نخست می توان ادعا کرد:

$$(\exists x)H(u) \to (\exists x)\Box H(u)$$

توضیح این مدعا استفاده از قضیهٔ اخیر است. طبق قضیهٔ اخیر اثبات کردیم که

$$H(u) \to \Box H(u)$$

حال به نظر واضح می‌رسد که مدعای نخست به راحتی از این قضیه به دست می‌آید. اکنون با استفاده از اپراتور امکان که می‌توان آن را بر روی شرطی منبسط کرد داریم:

$$\text{(i)}\ \Diamond(\exists x)H(u) \to \Diamond(\exists x)\Box H(u)$$

از اینجا به تبعِ مفروض بودن قضایای بارکان در $\pounds_{ont}$ می‌توان از i ادعا کرد:

$$\text{(ii)}\ \Diamond(\exists x)H(u) \to \Diamond(\exists x)\Box H(u) \to (\exists x)\Diamond\Box H(u)$$

اما به نظر می‌رسد مقدم ii به عنوان یک اصل موضوع صادق است. لذا می توان

$$(\exists x)\Diamond\Box H(u)$$

را به دست آورد. اما در S5 واضح است که

$$(\exists x)\Diamond\Box H(u) \to (\exists x)\Box H(u)$$

و لذا

$$\text{(iii)}\ (\exists x)\Box H(u).$$

اما در $\pounds_{ont}$ به راحتی می‌توان با فرمول بارکان از iii این گزاره را به دست آورد:

$$\Box(\exists x)H(u)$$

که همان HOA است.

۶. بازسازی برهان هایک در $\pounds_{ont}$ با حوزه‌های متغیر

هایک می‌گوید بازسازی مذکور صرفاً در حوزه‌های با افراد ثابت کار نمی‌کند، بلکه حتی اگر

حوزه‌های متغیرها را غیرثابت فرض کنیم نیز می‌توان در زبان $\pounds_{ont}$ به وسیلهٔ وصف E که بر افراد جزئی وارد شده و معنای آن «وجود داشتن در عالم واقع است» برهان را بازسازی کرد. از این رو، می‌توان زبان $\pounds_{ont,E}$ را بسطی از $\pounds_{ont}$ را تعریف کرد که اصل ناتهی بودن $\Box(\exists x)E(u)$ و $x=y \to \Box(x=y)$ بدان ضمیمه شده است. در این زبان، $(\forall^E x)\varphi$ مساوی است با $(\forall x)(E(x) \to \varphi)$ و $(\exists^E x)\varphi$ مساوی است با $(\exists x)(E(x) \,\&\, \varphi)$.
در $\pounds_{ont,E}$ می‌توان بازسازی اندرسون را چنین بازسازی کرد:

$$(A_1) P(X) \to \neg P(\neg X)$$
$$(A_2)^E \left(P(X) \,\&\, \Box\left(X \subseteq^E Y\right) \to P(Y)\right)$$
$$(def) H(x) \leftrightarrow (\forall Y)\left(\Box Y(x) \leftrightarrow P(Y)\right)$$
$$(A_3) P(H)$$
$$(A_4) P(Y) \to \Box P(Y)$$
$$(def) Ess(x) \leftrightarrow (\forall Y)\left(\Box Y(u) \leftrightarrow \Box(X \subseteq^E Y)\right)$$
$$(def) NE(x) \leftrightarrow (\forall Y)\left(Ess(x) \to \Box(\exists^E u) Y(u)\right)$$
$$(A_5) P(NE).$$

در اینجا هایک سعی می‌کند نشان دهد که می‌تواند بر مبنای سیستم اندرسون سیستم $AO\varepsilon$ را چنان طراحی کند که در آن به جای A1 و A2 از اصل بدیل $(A1,2)^E$ استفاده کند. به این معنا، به نظر هایک حتی در زبان $\pounds_{ont,E}$ نیز می‌توان استدلال را بدون منجر شدن به شکست وجهی و با نشاندن $(A1,2)^E$ به جای اصول اول و دوم سیستم اندرسون در $\pounds_{ont,E}$ بازسازی کرد. لذا قضیهٔ اصلی این بخش این است که $AO\varepsilon$ توان اثبات $\Box(\exists^E u)H(u)$ را دارد.

پیش از اثبات قضیهٔ اصلی $\Box(\exists^E u)H(u)$ باید چند لم را اثبات کرد. لم نخست درست معادل خود در زبان بدون محمول E است:

$$(A1,2)^E \to (P(X) \to \neg P(\neg X)) \text{ (L1)}$$
$$(A1,2)^E \to (P(X) \to \Diamond(\exists^E u)X(u)) \text{ (L2)}$$
$$(A1,2)^E \,\&\, (A_3) \to (H(u) \to \Box H(u)) \text{ (L3)}$$

$(A1,2)^E \ \& (A_3) \& (A_4) \rightarrow (P(Z) \rightarrow \Box(H \subseteq^E Z)$ (L4)

$(A1,2)^E \ \& (A_3) \& (A_4) \rightarrow (H(u) \rightarrow Ess_H(u))$ (L5)

اثبات L1 ساده است و از آن صرف نظر می‌کنیم. اما برای اثبات L2 فرض می‌کنیم $\neg\Diamond(\exists^E u)X(u)$ (۱). از (۱) می توان به $\Box(\forall^E u)\neg X(u)$ (۱*) رسید. اما ۱* نتیجه می‌دهد که همهٔ اشیاء موجود واجد وصف $\neg X$ هستند. لذا بازای هر وصف می‌توان آن را زیرمجموعهٔ $\neg X$ دانست. لذا $\Box(X \subseteq \neg X)$. لذا اگر $P(X)$ یا این که X وصفی مثبت باشد، $\neg X$ هم وصفی مثبت است و لذا می توان ادعا کرد: $P(\neg X)$ و از اینجا طبق لم ۱ می‌توان ادعا کرد که $P(\neg X) \rightarrow \neg P(\neg\neg X)$. اما فرض اصلی این بود که $P(X)$ و لذا $P(X) \rightarrow \neg P(\neg\neg X)$ و لذا $\neg P(X)$. اما توجه شود که فرض اصلی اثبات (۱) بود. نتیجه این است که $\neg\Diamond(\exists^E u)X(u) \rightarrow \neg P(X)$ که به راحتی قابل تحویل به صورت لم ۲ است.

اثبات لم ۳ ساده‌تر است و از تعریف H به راحتی نتیجه می‌شود.

اما، برای اثبات لم ۴، نخست فرض کنید $P(Z)$. از اینجا طبق تعریف H، چون H واجد همهٔ اوصاف مثبت است، Z را هم در بر می‌گیرد و لذا می‌توان به راحتی نتیجه گرفت:

$$P(Z) \rightarrow (\forall^E u)(H(u) \rightarrow \Box Z(u))$$

توجه کنید که سیستم مفروض در این مقام S5 است، و لذا می‌توان با حذف جعبه و اعمال انبساط جعبه این نتیجه را به دست آورد:

$$\Box P(Z) \rightarrow \Box(H \subseteq^E Z)$$

اما اصل موضوع ۴ به ما می‌گوید $P(X) \rightarrow \Box P(X)$ و لذا می‌توان مقدم

$$\Box P(Z) \rightarrow \Box(H \subseteq^E Z)$$

را مفروض انگاشت. از اینجا می‌توان $P(X) \rightarrow \Box(H \subseteq^E Z)$ را نتیجه گرفت که همان مطلوب ماست.

اثبات لم ۵ قدری پیچیده‌تر است. فرض کنید $H(u)$ و نیز $\Box Y(u)$. از اینجا بازای Z خاص می‌توان ادعا کرد:

$$P(Z) \& \Box(Z \subseteq^E Y)$$

طبق لم ۴ از اینجا می‌توان نتیجه گرفت:

$$\Box(H \subseteq^{E} Z)$$

و از اینجا این که

$$\Box(H \subseteq^{E} Y)$$

در نتیجه اگر $H(u)$ و $\Box(H \subseteq^{E} Y)$ می‌توان نتیجه گرفت که $\Box Y(u)$.

اینک برای اثبات قضیهٔ اصلی این بحث آماده هستیم: $\Box(\exists^{E} u)H(u)$.

اثبات: نخست فرض کنیم $H(u)$. از اینجا طبق لم ۵ داریم: $Ess_{H}(u)$ و همچنین $NE(u)$. از همین جا چون NE یک وصف مثبت است، داریم:

$$H(u) \rightarrow \Box NE(u)$$

بنا بر تعریف NE می‌توانیم از گزارهٔ اخیر این را به دست بیاوریم:

$$H(u) \rightarrow \Box(\exists^{E} x)H(x)$$

با معرفی سور وجودی بر روی مقدم می‌توانیم گزارهٔ اخیر را چنین بازنویسی کنیم:

$$(\exists^{E} u)H(u) \rightarrow \Box(\exists^{E} u)H(u)$$

از گزارهٔ اخیر با معرفی عملگر امکان و انبساط آن بر روی مقدم و تالی می‌توان نوشت:

$$\Diamond(\exists^{E} u)H(u) \rightarrow \Diamond\Box(\exists^{E} u)H(u)$$

اما در تالی می‌توان با استفاده از اصل موضوع تحویل S5 چنین نوشت:

$$\Diamond(\exists^{E} u)H(u) \rightarrow \Box(\exists^{E} u)H(u)$$

اما بنا بر اصول موضوعهٔ مان همهٔ اوصاف مثبت و البته وصف H یک وصف مثبت ممکن هستند و لذا مقدم شرطی فوق درست است و لذا،

$$\Box(\exists^{E} u)H(u).$$

در نتیجه، به نظر می‌رسد مهم‌ترین اشکال بر سیستم گودل از ناحیهٔ شکست وجهیِ آن است. اما در عین حال به نظر می‌رسد بازسازی‌های متفاوت و کاملاً موفقی از سیستم گودل وجود دارد که شاید بهترین آنها کاری (کارهایی) است که هایک در چند مقاله انجام داده است. به نظر می‌رسد اشکال شکست وجهی به سادگی قابل رفع است. اما نکتهٔ مهم‌تر ـ به نظر نویسندگان ـ این است که این استدلال چه اهمیتی از منظر دینی خواهد داشت؟

۷. اهمیت الهیاتی برهان

پروفسور هایک ادعا می‌کند اهمیت این استدلال در باب باورسازی و توجیه باورهای دینی

اندک است، و این تلاش بیشتر مدلی ریاضی از اثباتی قدیمی بر وجود خداوند است، و اهمیت چندانی از منظر الهیاتی و دینی ندارد (Hájek, 2002, p. 163). اما این اظهار نظر را چگونه می‌توان فهمید؟ پرداخت مبسوط این مسئله خود نیازمند نوشته یا نوشته‌هایی مجزاست. با این حال، در اینجا با تلاش برای فهمِ ادعای اخیر، خواهیم کوشید به چارچوبی برای داوری در باب آن دست یابیم. پروفسور هایک خود توضیح بیشتری دربارهٔ ادعای اخیرش نمی‌دهد. اما به نظر می‌رسد با استفاده از توضیحات دیگر اندیشمندانی که نظری مشابه در این زمینه دارند می‌توان فهم تفصیلی‌تری از آن حاصل کرد.

این ادعا به انحای گوناگون، گاه دربارهٔ یک برهان خاص برای اثبات وجود خدا و گاه دربارهٔ برهان‌آوری به طور کلی، بیان شده است. در اینجا به دو بیان معاصر اکتفا می شود: یکی بیانی از صورت مسئله که ویلیام رو[۲] در تبیین برهان جهان‌شناختی در کتاب فلسفهٔ دین ارائه می‌دهد، و دیگری نقد باس ون فراسن[۳] بر متافیزیک تحلیلی[۴] به طور کلی، در بخش اول کتابش، به نام وضع تجربی[۵].

گرچه طرح مسئله توسط ویلیام رو مربوط به برهان جهان‌شناختی است، به نظر می‌رسد از این بیان در برهان وجودی هم می‌توان استفاده کرد. ویلیام رو در تبیین برهان جهان‌شناختی ادعا می‌کند که (تقریر قرن هجدهمی) این برهان دو بخش دارد: بخش اول تلاش می‌کند وجود یک موجود مستقل[۶] را اثبات کند، در حالی که بخش دوم می‌خواهد نشان دهد که آن موجود مستقل همان خدای یکتاپرستانه[۷] است (Rowe, 2007, p. 21). به نظر می رسد از این بیان می‌توان نتیجه گرفت که به باور رو صرف اثبات وجود یک موجود مستقل در برهان جهان‌شناختی برای اثبات خداوند کفایت نمی‌کند. به همین قیاس، در برهان وجودی نیز صرف اثبات موجود کامل برای اثبات خداوند کافی نیست؛ علاوه بر این، باید نشان داده شود آنچه در برهان اثبات می‌شود همان خداوند در نگاه یکتاپرستانه است. گرچه رو تصریح نمی‌کند که این اثبات ناممکن است، صرف گذاشتن همین تمایز نشان می‌دهد که اثبات وجود موجود مستقل اهمیت الهیاتی چندانی ندارد. تصریح به عدم امکان ارائهٔ چنین استدلالی را به بیانی دیگر می‌توان در آثار یکی از بزرگ‌ترین منتقدان متافیزیک تحلیلی، باس ون فراسن، یافت.

ون فراسن در کتاب وضع تجربی خود می‌خواهد نشان دهد که چگونه فلسفه می‌تواند چیزی جز متافیزیک باشد (van Fraassen, 2002, p. 30). برای همین، وی به عنوان مقدمه، در گفتار اول کتاب، نقدی بر متافیزیک تحلیلی می‌نگارد. به نظر می رسد بخشی از این نقد را می‌توان بیانی دانست برای آنچه پروفسور هایک به اشاره از آن گذر کرده است.

در انتهای فصل اول کتاب، ون فراسن تلاش می‌کند نشان دهد که ابژه‌هایی که در متافیزیک تحلیلی موضوع مطالعه‌اند صرفاً تمثال‌هایی[۸] از واقعیت‌اند، نه خود واقعیت (van Fraassen, 2002, p. 28). به عبارت دیگر، متافیزیک تحلیلی لاجرم منجر به خلق تمثال‌هایی از واقعیت می‌شود که جانشین اشیاء واقعی جهان می‌شوند، اشیائی که در حقیقت آنها موضوع اصلی مطالعه‌اند.[۹] به باور ون فراسن، این نتیجه در متافیزیک ناآگاهانه نیز نیست، بلکه به نحوی آگاهانه به عنوان یک روش اتخاذ می‌شود. به عنوان مثالی روشن، وی جهان یا رساله در باب نور دکارت را معرفی می‌کند، جایی که دکارت از خواننده دعوت می‌کند که مطالعهٔ جهانی را که مشاهده می‌کنیم کنار بگذاریم و تلاش کنیم جهانی را برسازیم که خداوند، اگر می‌خواست جهانی خلق کند که برای بشر فهمیدنی باشد، آن را خلق می‌کرد (van Fraassen, 2002, p. 28).

مثال دیگری که ون فراسن برای تمثال‌سازی‌های متافیزیکی ارائه می‌کند مفهوم قرن هفدهمی خداوند است (خدای عالم مطلق، قادر مطلق و خیر محض)[۱۰]. از نگاه او، چنین مفهومی از خداوند نیز صرفاً تمثالی از «خداوند» است، و این تمثال است که، به عنوان مثال، برآورندهٔ مسئلهٔ منطقی شر است، مسئله‌ای که (بدین صورتش) اگرچه مسئلهٔ منطقی جذابی است، اهمیت الهیاتی چندانی ندارد (van Fraassen, 2002, p. 29-30).

ارزیابی دعاوی‌ای از این دست، تا جایی که مربوط به برهان وجودشناختی گودل می‌شود، دو مرتبه می‌تواند داشته باشد: اول این که آیا مفهومی که گودل از خداوند به تصویر می‌کشد (جامع اوصاف مثبت) چیزی بیش از یک تمثال از خداوند نیست؟ دوم این که با فرض این که مفهوم گودلی خداوند تنها تمثالی از خدای واقعی است، آیا برهان گودل می تواند ارتباطی با اثبات وجود خدای واقعی داشته باشد یا نه؟ (این مسئله به یک معنا مستقل از برهان گودل است). در اینجا به اشارتی در باب پرسش دوم اکتفا می‌کنیم (بحث در باب پرسش اول پیش‌نیازهایی دارد که چه به لحاظ موضوعی چه به لحاظ حجمی در این مقاله

نمی‌گنجد).

ادعای محوری این بخش از مقاله این است که اگر وصفی وجود داشته باشد که تنها خدای ادیان ابراهیمی دارای آن باشد، اثبات تحقق آن وصف به معنای اثبات وجود خدای ادیان ابراهیمی خواهد بود. فرض کنیم به دنبال عضوی معین از خانواده‌ای معین می‌گردیم. تنها داده‌ای که از این فرد داریم نقاشی‌ای است که یکی از دوستان هنرمند او از وی کشیده است و آن را به ما تحویل داده است. این نقاش در سمت راستِ بینیِ فرد مذکور یک خال به تصویر کشیده است و در هنگام تحویل نقاشی به ما تأکید می‌کند که وی تنها کسی است که در این خانواده خالی بر روی صورتش دارد. با همین عکس، ما به دنبال وی می‌رویم و پس از یافتن خانواده‌اش او را می‌یابیم. از قضا پس از دیدن این فرد متوجه می‌شویم که دوست هنرمند وی چندان زبردست نبوده و تصویری که از او کشیده مطابقت چندانی با چهرهٔ واقعی‌اش ندارد. در عین حال، ما خود را در یافتنِ این فرد مرهونِ نقاشیِ نه چندان ماهرانهٔ دوست نقاش وی می‌دانیم.

حال فرض کنیم می‌خواهیم وجود خدای واقعی را اثبات کنیم. فرض می‌کنیم که می‌توانیم وصفی را از خداوند بازشناسی کنیم که انحصاری وی باشد. در این صورت، اگر ما بتوانیم ضرورت تحقق این وصف را در جهان خارج اثبات کنیم، فارغ از این که تصویری که از خداوند ارائه داده‌ایم تا چه حد با خدای واقعی مطابقت دارد، توانسته‌ایم وجود وی را اثبات کنیم. از این رو، اگرچه ممکن است ما خداوند را به تمامی صفات واقعی‌اش نشناخته باشیم، دست‌کم توانسته‌ایم وجود او را اثبات کنیم.

در نتیجه، اگر به مسائل ارائه‌شده از رو و ون فراسن بازگردیم:

۱. مرحلهٔ دومی که رو برای اثبات وجود خداوند تعریف می‌کند صورتی حداقلی به خود می‌گیرد: تنها کافی است اثبات کنیم وصفی که تحقق آن را اثبات کرده‌ایم منحصر به خداوند است. (لازم نیست نشان دهیم که آنچه اثبات می‌کنیم همهٔ ذات خدای واقعی را شامل می‌شود.)

۲. حتی اگر آنچه اثبات کرده‌ایم تمثالی از خدای واقعی باشد، صرف اثبات تحقق وصفی که منحصر به خداوند باشد برای اثبات وجود خدای واقعی کفایت می کند.

یادداشت‌ها

۱. اما باز این نکته باقی می‌ماند که دقیقاً مبتنی بر کدام تصویر از اوصاف «مثبت» می‌توان پذیرفت وجود ضروری یک وصف مثبت است. به این معنا ممکن است ادعا شود این که فلان چیز دارای وجود ضروری هست یا نه اصل و محل نزاع است و از پیش فرض کردن آن به عنوان وصفی مثبت برهان را تبدیل به مصادره به مطلوب روشنی می‌کند. دیگر آن که مشتقات وجود در مسئلهٔ حمل همواره در تاریخ فلسفه مناقشه‌برانگیز بوده‌اند. لذا استفاده از آن در یک «اصل» در برهان به جد از قوت آن خواهد کاست. اما در مجموع به نظر می‌رسد مدعای Axiom 5 را می‌توان به معنایی پذیرفت و آن این است که موجود x اگر دارای وجود ضروری باشد، از حالتی که در آن x دارای وجود امکانی است (و مسلما ممتنع نیست!) اکمل است و می‌توان آن را موجود کامل‌تری فرض کرد. به این معنا (با قدری مسامحه) می‌توان اصل ۵ را پذیرفت و با گودل ادامه داد.
در این مقام چنین ادعا شده است که «وجود ضروری داشتن» یک ویژگیِ «مثبت بودن» است. به نظر می‌رسد این مدعا قدری مناقشه‌برانگیز باشد، اگر قرار باشد آنچه در این مقام «مثبت» تلقی می‌شود ویژگی کمالی اخلاقی یا دینی باشد، به سختی می‌توان پذیرفت که «وجود ضروری» دارای چنین موقعیتی است. اما اگر مراد ما از «مثبت» صرف و مطلق ویژگی‌های کمالی باشد، چنان که با پیشینهٔ لایبنیتسی ذهنی گودل سازگار است، ممکن است بتوان مدعای Axiom 5 را بهتر پذیرفت.

2. William L. Rowe

3. Bas C. Van Fraassen

4. analytic metaphysics

5. *The Empirical Stance*

6. self-existent being

7. theistic God

8. simulacra

۹. این بیان مرهون وصف روشنی است که مایکل ری (Michael Rea) در مقدمه‌اش بر مجموعهٔ مقالات الهیات تحلیلی (Analytic Theology) از نقد ون فراسن ارائه کرده است (Rea, 2009, p. 23).

10. O-O-O-God

کتاب‌نامه

رعنایی، مهدی (۱۳۹۱)، «استدلال هستی‌شناسیک گودل»، منطق پژوهشی، ش ۵، ص ۵۳-۷۶.

وکیلی، هادی (۱۳۸۵)، «برهان وجودشناختی کورت گودل»، قبسات، ش ۴۱، ص ۱۶۳-۱۸۸.

Gödel, Kurt (1995), *Collected works*, Vol. 3 (Unpublished essays and lectures), Solomon Feferman (ed.), Oxford: Oxford University Press.

Hájek, Petr (2002), “A New Small Emendation of Gödel’s Ontological Proof,” *Studia*

Logica, 71. pp. 149-164.

Rea, Michael (2009), "Introduction" in Oliver Crisp and Michael Rea, *Analytic Theology: New Essays in the Philosophy of Theology*, Oxford: Oxford University Press, pp. 1-30.

Rowe, William (2007), *Philosophy of Religion: An Introduction*. Belmont: Wadsworth.

Sobel, Jordan Howard (2004), *Logic and Theism*, New York: Cambridge University Press.

Van Fraassen, Bas. (2002), *The Empirical Stance*, New Haven: Yale University Press.

A New Recast of Gödel's Ontological Argument in Hájek's Language

Mohammad Maarefi [1]
Reception Date: 2015/9/27
Mohsen Feyzbakhsh [2]
Acceptance Date: 2015/12/14

Since 1970, when Gödel tried to provide a new articulation of the so called ontological argument, many considerable discussions has been emerged due to assessment of his argument's validity and soundness. For example, Sobel tries to show some defects of Gödel's argument. Petr Hájek, the eminent logician and mathematician, tries to save this argument from Sobel's critiques by some small amendments. According to him, if we articulate this argument in S5 system of modal logic with a few changes, we can have a safe argument. Besides, Hájek believes that this argument is of little interest from theological perspective. In this article, after a survey of Hájek's work, we shall try to put this later claim under scrutiny and show the theological relevance of the argument. Finally, we show that despite the fact that Hájek and many other logicians consider Gödel's argument just as a "formal model" of an ancient argument, this argument seems a *bona fide* and justified argument for God's existence.
Keywords: ontological argument, Kurt Gödel, Petr Hájek, Howard Sobel, S5 System of Modal Logic

---

1. M.A. in Philosophy and Islamic Theology, Imam Sadiq University, Tehran, Iran. (corresponding author). Email: md.maarefi@gmail.com
2. PhD Student of Philosophy of Religion, Tehran University, Farabi Campus, Qom, Iran. Email: feyzbakhsh@ut.ac.ir

Philosophy of Religion Research (Nāmah-i Ḥikmat),
Vol. 14, No. 1 (Serial 27), Spring & Summer 2016

Contents

In the name of Allah the compassionate the merciful

PHILOSOPHY OF RELIGION RESEARCH

Biannual Journal of Philosophy of Religion
Vol. 14, No. 1, (Serial 27), Spring & Summer 2016

Publisher: Imam Sadiq (p.b.u.h) University
Director: Hoseinali Sa'di
Editor in Chief: Reza Akbari
Literary Editor: Mohamad Ebrahim Baset
Director of Executive Affairs: Amir Hossein Mohamadpur

240 Pages / 30000 RIS
Imam Sadiq (p.b.u.h) University, Modiriat Bridge,
Shahid Chamran Exp.way Tehran, Islamic Republic of Iran
Scientific & Editorial Affairs:
Departement of Islamic Philosophy and Kalam, Faculty of Theology
Tel: 88094001-5 Fax: 88385820 E-mail: pfdin@isu.ac.ir
www.nameh-i-hikmat.journals.isu.ac.ir
Management of Technical and Printing: Management of Production and Publication of Scientific Works
Tel: 88084001-5 (528), Fax: 88094915, E-mail: mag@isu.ac.ir
Management of Sales and Distribution: Sales and Distribution Office
Tel: 88084001-5 (512), Fax: 88094915